オープンアプローチによる学習指導と評価に関する実践的研究
－小学校算数を中心に－

青山　庸
仁愛大学人間生活学部

A Practical Study of Teaching and Evaluation Adopting an 0pen-Approach Strategy
- Focus on Elementary Mathematics -

Isao AOYAMA
Faculty of Human Life, Jin-ai University

オープンアプローチは，①解き方いろいろ，②答えいろいろ，③問題いろいろ，と多様性を含んだ問題（オープンな問題）にアプローチすることを意味する．オープンアプローチによる学習指導とは，児童がオープンな問題にアプローチし，得られた多様な答えを活かしながら，授業の目標や児童の興味関心に沿った学習を展開する学習指導である．長年にわたる実践研究の結果，この学習指導は，数量や図形等の概念形成に優れていること，思考力・表現力が培われること，関心・意欲・態度によりよい変容が見られること等，算数独自の「よさ」が徐々に見えてきた．

本紀要では，オープンアプローチに関する先行研究の成果と課題を明らかにし，この学習指導を日常的に可能にする視点から，過去十数年の実践データを分析・総合し，学習指導過程の共有化・客観化を試みた．その結果，1つの単元を見通した学習指導設計モデルを構築している．また，この研究からオープンアプローチの学習指導の再定義を試みている．さらに，オープンな問題を児童に「いかにアプローチさせていくか（発散的思考）」，児童が見つけた多様な答えを「どのように算数的・数学的に意味のある方向にまとめさせていくか（収束的思考）」という教授方略も明らかにしている．

キーワード：オープンアプローチ，算数，教授方略，関心・意欲・態度の評価

1. 研究の目的

(1) オープンアプローチに関する先行研究

筆者のオープンアプローチによる学習指導の実践的研究は，昭和50年度島田茂氏らの特定研究『数学教育における高次目標の評価方法に関する開発研究』[1)]に参画したことにはじまる．

島田氏らの研究では，正答が幾通りも可能になるように条件づけられた問題を「オープンエンド」の問題と呼び，そのようなオープンエンドの問題を課題として，そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展開し，その過程で既習の知識，技能，考え方をいろいろに組み合わせて新しいことを発見していく経験を与えようとする学習指導を提案した[2)]．このオープンエンドアプローチによる指導は，児童のコミュニケーション活動が活発になったり，既習の知識を総合化する機会が多くなったり，児童の発見の喜びや他人に認められる喜びの経験が多くなったり等，授業改善に資する成果が数多く認められた．一方，適切なオープンエンドの問題の開発が難しく，導入しやすい授業場面が限られるというデメリットも見られた．

その限界をクリアーするために「多様性」の対象を広げる方向で研究が進んできている．「多様性」には基本的には3つの側面がある．①解法の多様性，②正答の多様性，③問題の多様性，である．①は，心ある教師は日常的に解法の多様性を活かしながら学習指導を

展開している．②は，オープンエンドアプローチの考え方である．③は，澤田利夫氏を中心として研究され出版された『問題から問題へ』[3]がある．著書によると「児童・生徒に，与えられた1つの問題から出発して，その問題の構成要素となっている部分を，類似なものや，より一般的なものに置き換えたり，その問題の逆を考えたりすること等を通して，新しい問題をつくり，自ら解決しようとするような主体的な学習活動をさせること」としている．すなわち，問題の扱いを「受身的・完結的」なものから「能動的・発展的」なものに転換しようとしたのである．しかし，このアプローチの問題点は，1つの問題（P_1）から派生したたくさんの問題（P_i）をつくる学習活動を重視しているが，必ずしもそのつくった問題（P_i）を解決することを求めていないことである．すなわち，児童・生徒の主体的な学習活動を尊重している指導にはなっているが，問題（P_i）に含まれる数学の内容そのものを必ずしも発展的に扱おうとしていない．また，児童・生徒が問題（P_1）そのものに能動的・発展的にアプローチするために，興味・関心を持たせるように発問応答を創意工夫している．そのこと自体は否定するものでないが，児童・生徒自らが自分の問題として意識されてはじめて，次の段階の「問題をつくる」思考活動に高まることを考えると，発問応答だけでは少々無理があるようである．さらに，算数では，情景図や式を与えて問題づくりをすれば，児童は意欲的に多様な問題をつくることを小学校の教師はよく経験している．

次に，これらの3つの多様性を統合的発展的に考えた研究が，能田伸彦氏の『学校数学におけるOpen-Approachによる指導の研究』[4]である．オープンアプローチによる指導とは「解の存在が一意であることを尊重しながら，解決の過程では，多様な処理や表現を通して，また，発展性のある問題など数学本来の自由性を保障することによって，子どもの自由性を尊重しながら，創造性をはかる指導」としている．この指導では，問題に自由度（解法の多様性，正答の多様性，問題の多様性）が与えられている．児童・生徒自身の興味・関心に応じて，自由な学習活動ができると同時に集団によって考えを練り上げる場や教師による適切な指導が取り入れられ，一人ひとりの学力に応じる個性豊かで創造的な学習が可能となる．能田氏は「『数学』と『子ども』の両面を同時に『開いていく』多様なapproach」[4]と述べている．

オープンアプローチによる指導は，ヘルバルトの教育の理論と実践を結び合わせようとする「タクト」論とデューイの「知性化」に根差したものである．3つの多様性を統合的発展的に扱っただけでなく，児童・生徒の自由な学習活動を保障する画期的なものである．しかし，この指導を日常の授業に取り入れるとなると非常に困難が伴う.どう授業を構想したらよいか，多様な答えを学習指導の中でいかに活かしていったらよいか，授業レベルでの教授方略や教授スキルが不明確であったからである．

(2) 研究の経過

授業レベルでの教授方略や教授スキルが不明確であるという問題意識をもとに実践研究を進めたのが，筆者の『問題を発展的に扱う数学科の指導－数学の授業改善をめざして－』[5]である．ここでいう問題は,オープンな問題でもクローズドな問題でもよい．クローズドな問題は，その問題から派生する問題を生徒につくらせる．オープンな問題は，そこから多様な答え（反応）をたくさん見つけさせる．その生徒がつくった問題や見つけた答えを，序列化したり，統合化したり，構造化したりし，それらをChainingしたりしながら発展的に学習展開していく．そして，単元の学習内容全てを学習目標に沿って指導していこうと考えている．この研究成果は次のようになる．①この学習指導過程を共有化，客観化して，②生徒の多様な反応を収束させるための教授方略を類型化した．③問題事例を数多く開発し，④問題に対する予想される生徒の反応例を資料集にまとめた．この学習指導により⑤生徒のコミュニケーション活動や数学的活動が活性化すること，⑥発見の喜びが味わえる機会が多くなること等を実践的に究明してきた．また，年間を通して，数単元でオープンアプローチによる学習指導を取り入れることにより，⑦知識・技能面での知的な正直さや数学的な見方･考え方が培われること，⑧数学に対する意欲･態度によりよい変容が見られることも明らかにしている．これらの成果は学会での発表や雑誌・単行本等で

教育現場への広報に努め，徐々にその考えが浸透し，教科書等でも一部取り上げられるようになってきている．しかし，これらは中学校数学科対象の実践研究である．算数科については，オープンアプローチによる学習指導の研究発表は，学会等でほとんどなく，筆者は危機感を抱いている．

この現状を踏まえ本研究は，オープンアプローチによる学習指導を再確認してもらうために，算数科に絞って内在する「よさ」を実践的に究明しようとするものである．先行研究には，古藤怜氏の『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』[6]『コミュニケーションで創る新しい算数学習－多様な考えの生かし方まとめ方－』[7]があり，児童の多様な考えを活かしいかに収束させるか，児童のコミュニケーション活動をいかに仕組んでいくかについて明らかにしている．また，筆者の『多面的にものを見る力主体的に考える力を育てる算数の授業－オープンアプローチによる学び－』[8]では，古藤氏の研究を踏まえ，①学習指導過程を共有化，客観化によりモデル化し，②問題事例を増やし，③問題に対する児童の予想される答え（反応）を資料集としてまとめた. また,④算数的活動やコミュニケーション活動が活性化すること，⑤発見の喜びが味わえる機会が多くなり学習意欲・態度が培われること等を実践的に明らかにしてきている．

また，算数科でのオープンアプローチによる学習指導は，これまでの実践研究を通して①計算などの意味の理解や図形等の概念形成に優れていること，②多様な観点からいろいろな答え（反応）を見つける発散的活動やそれをまとめる収束的活動により，数学的な考え方が培われること，③オープンアプローチによる学習指導は，言語活動や表現活動を活性化させ，思考力・表現力を育てること等，算数科独自の「よさ」が徐々に見えてきた．そこで，これらの「よさ」の視点から実践事例を増やし，適切な評価方法で教育現場を納得させ説得できる研究に高めていくことが大切である．

(3) 研究の目的

本研究のねらいは，算数科におけるオープンアプローチによる学習指導を日常的に実践可能にするために，①オープンアプローチによる学習指導に内在する「よさ」を実践的に明らかにすることである．それを評価する方法の創出も合わせて考えていきたい．②その「よさ」を引き出す教授方略や教授スキルを究明することである.「児童の多様な答え（反応）をどのように多く引き出すか（発散的思考）」,「児童のアプローチの仕方によってオープンな問題の答え（反応）にどのような違いがでるか」,「児童の答え（反応）を算数的・数学的に意味ある方向に，どのように収束させていくか（収束的思考）」について実践研究し，個々のオープンな問題の共有化・客観化を試みる．そして，その成果を教授方略や教授スキルとして集約していきたい．③年間を通していくつかの単元でこの学習指導を実践する．その結果，年間を通して観点別に学習目標達成状況をみたとき，通常の授業と比較して変容にどのような違いが見られるかを明らかにしていきたい．

このような研究目的のもとに，本紀要は主として②に視点を当てて述べる．

2. 研究の方法

本研究は次のような考え方や手順で研究を推進している．

(1)　オープンアプローチに関する先行研究を調べ，その成果と課題を明らかにするとともに,「算数科におけるオープンアプローチによる学習指導を日常的に可能にするために」という大局的な見地から研究の目的や方法を設定している．

(2)　過去十数年のオープンアプローチによる学習指導記録を分析・総合し，この学習指導過程の共有化, 客観化を試みている．その結果を踏まえ, オープンアプローチの学習指導の設計モデルを構築している．

(3)　(2) の分析・総合のデータをもとに，オープンアプローチの学習指導の再定義を試みている．

(4)　(2) の分析・総合のデータをもとに，オープンアプローチの学習指導過程の主要な段階における教授方略を抽出している．

(5)　今後に残された課題を明らかにしている．

3. オープンアプローチによる学習指導とは

(1)　学びの3つの出会い

これまでの学校での「学び」は，所定の知識や技能を習得し定着させることの側面だけが重視されてきた．では，21世紀の生涯学習社会に生きる児童に求められる「学び」とはいかなるものであろうか．

新しい「学び」について高橋勝氏は「人が何かを『学ぶ』ということは，その対象を通して，生活世界に新たな意味を付与していく営みである．自己の生活世界をつねに新たに更新していく営み，それが『学ぶ』という行為に外ならない．」[9] と述べている．また，「『学び』とは，その対象や問題への取り組みのプロセスに外ならない．例えば自然現象の解明であれ，社会問題へのアプローチであれ，いずれも何らかの問題解決への取り組みである．その取り組みの過程で，子どもの古い自己を徐々に解体させ，そこから脱皮して次第に新しい自己を再構築していくことができる．いうなれば『学び』とは『自己』の解体と再生の営みなのだ．」[9] としている．

また，「学び」とは，「既知の世界から未知の世界への旅である．」とデューイが述べている．自分が分かっている世界から，未知の世界へ旅することである．その旅の過程での様々な経験が自分の中に取り込まれ，経験が再構成されることにより，自分が変わり，世界との関わりが変わって自分自身の存在が変わる．この旅での様々な経験が再構成されたものが「学び」であるというのである．

佐藤学氏は，我が国の学校における「学び」について，これまで3つの欠陥を持っていたと述べている[10]．その主旨を述べれば，「1つ目の欠陥は，学びを座学として組織され，単なる脳のシナプスの結合と見なされ，物や道具や人に媒介されないものとして認識され，実践されてきたことである．2つ目の欠陥は，学びが個人主義的に認識されてきたことである．学びは，勉強と違って他者とのコミュニケーションによって成立するものであり，社会的で協同的で共同体的な営みとして復権される必要がある．3つ目の欠陥は，学びを表現し仲間と共有する中で反省的に吟味する活動として認識してこなかったことである．」としている．

このように考えていくと，生涯学習時代に求められる「学び」とは，「自分との出会い（自己）」「他者との出会い（コミュニケーション）」「新たな世界との出会い（未知の世界）」が連動していることである．この3つが連動することにより，生涯にわたって学び続ける力，自ら考え自ら学ぶ力，学ぶ方法等を身に付けていけると考える．また，学びの過程で知識・技能と活動や経験が組織されることにより新しいことを発見したり生きて働く学力が身に付いたりすると考える．そのベースにあるものが，児童の目的意識をもった主体的な活動である．算数でいえば，日常事象の観察をしたり，様々な算数的活動を経験したり，じっくり問題の解決に取り組んだりといった児童自身の活動である．

(2) オープンアプローチによる学習指導とは

能田伸彦氏は，オープンアプローチによる指導とは「解の存在が一意であることを尊重しながら，解決の過程では，多様な処理と表現を通して，また，発展性のある問題等数学本来の自由性を保障することによって，子どもの自由性を尊重しながら，創造性を図る指導である．」[4] としている．すなわち，算数・数学の活動に開かれている学習指導であるといえる．また，この学習指導では，問題に自由度が与えられており，児童自身の興味・関心に応じて，自由な学習活動ができると同時に集団によって考えを練り上げる場や教師による適切な指導が取り入れられ，一人ひとりの学力に応じる個性豊かで創造的な学習が可能となる．すなわち，児童の活動に開かれている学習指導であるといえる．

筆者は，オープンアプローチによる学習指導とは，これまでの実践研究を踏まえ次のように再定義する．

> 問題の自由性とそこにある児童の答え（反応）の多様性を積極的に活用することで学習活動を主体的に展開し，その過程で下記の①～③を学びとることを目指す学習指導である．
> ①　学習目標に沿って学習内容を収束させ，基礎・基本の確実な定着を図る．
> ②　多様な既習の知識，技能，考え方をいろいろ組み合わせて新しいことを発見する．
> ③　さらに見つけた学習内容を発展的に扱い，創造性の育成を図る．

では，多様な答えを活かすことにより，なぜ基礎・基本的な学習内容の確実な定着が図られるのであろうか．この答えには，1980年代から台頭してきた構成主義と呼ばれる認識論に求められる．急進的構成主義や社会的構成主義等，多様な構成主義の考え方がある中で，共通する基本原理は，「児童自身が数学的知識を自ら構成する」ということである[11]．この基本原理は，教育現場で教えている者にとっては，自明のことのように思える．しかし，「三角形」という知識1つを取って考えても学習後の「児童A」と「児童B」が身に付けた三角形の知識は，全く同じであるといえない．構成主義者が問題にしたのは，こうした数学的知識の客観性，絶対性である．学習活動の中では，児童相互のコミュニケーション活動によって，「三角形」という知識に関する合意領域が形成され，数学的知識が共有される．しかし，それは客観的，絶対的なものではなく，その学習集団の中で「共有されたとされる」知識としての性格を有すると考えるのである．児童がお互いに「完全に一致した」客観的な知識を構成するのではなく，図1のような知識に関する合意領域（共通部分）を形成しているというのである．そこで，より交わりの大きな合意領域の形成を狙うとすれば，児童の多様な答え（反応）を活かすことにより形成しやすくなると考える．

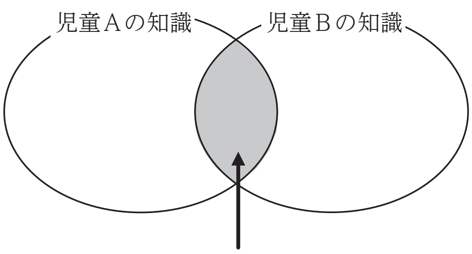


図1　「共有されたとされる」知識

それは，多様な答え（反応）の質的相違や表現の違いが，この合意領域を形成するために重要な働きをするからである．すなわち，児童が見つけた多様な答え（反応）の共通性や関連性に着目して，練り上げていくコミュニケーション活動が合意領域の形成に有効に働くからである．このときの教師の役割は重要である．学習目標に沿って多様な答え（反応）をどう練り上げていくか，そのための教授方略や教授スキルが教師に求められるからである．

以上，筆者が提案するオープンアプローチによる学習指導とは，オープンな問題にアプローチして得られた答え（反応）の多様性を積極的に活用することで学習を展開し，その過程でこれまでの学習や経験，算数的活動を駆使し，多様な既習の知識，技能，考え方をいろいろ組み合わせて新しいことを発見していくことを体験させようとする学習指導法である．換言すれば，算数の問題の解き方や答え，問題場面には，本来自由性・多様性（解き方の多様性，答えの多様性，問題の多様性）が内在している．その自由性・多様性を積極的に活かして，児童に主体的な学習活動を促し，基礎・基本の定着を図るとともに，児童の発想や考え方（多様な答え）を基に発展的な学習活動を展開し，創造性の育成を図ろうとする学習指導法である．したがって，学習指導過程そのものは，問題解決的なプロセスをたどることになる．

(3) 何がオープンなのか

通常の算数の授業で取り上げられる問題は，考え方が1通りであり，正しい答えが1通りに決まっている．問題に対する解答は，正答か誤答（不完全な解答も含めて）のいずれかであり，答えは1つしかない．このようなクローズドな問題での学びは，児童の側からみれば，その解き方や考え方を覚えておけばよいということになる．教師の側からすれば，その解き方を手っ取り早く教えた方が効率がよい．となれば，従来の「知識・暗記」重視の算数からなかなか脱皮出来ず，一連の学びのプロセスにおける「新たな世界との出会い（未知の世界）」はあっても，「自分との出会い（自己）」と「他者との出会い（コミュニケーション）」の2つの出会いは十分期待できない．

次に，問題を考えるとき，［問題・解き方・答え］をセットにしたとき，問題の「オープン性」は，図2の3通りが考えられる[8]．

①は解き方が多様にある場合である．②は答えが多様にある場合である．③は問題が多様にある場合である．情景図や式等を提示して問題づくりをしたり，問題の条件の一部を変更して新たな問題づくりをしたりする場合である．そこで，いろいろな「解き方」「答え」

「問題」は，児童が考え見つけたものであるという意味から，これらの多様性を総称して，「多様な答え（反応）」や「答え（反応）の多様性」という言葉で表すことにする．また，①～③のタイプの問題を，以下オープンな問題と呼ぶことにする．

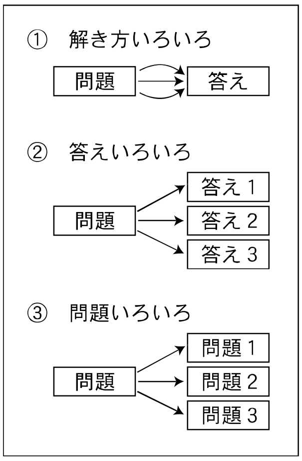


図2　何がオープンなのか

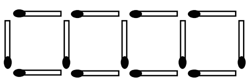
(4) オープンな問題とその多様な答え（反応）

オープンな問題の「オープン性」には3通りあることを先に述べた．ここではその具体的にオープンな問題と予想される答え（反応）の例を示すことにする．

①解き方いろいろ

ア　オープンな問題

単元「文字を使った式」（第6学年）



マッチ棒が図のように正方形の形をつくって並んでいる．正方形を８個つくるときマッチ棒は何本必要か．いろいろな方法で解いてみよ．

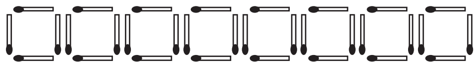
イ　予想される答え（反応）

A）マッチ棒を実際に並べて解決する．

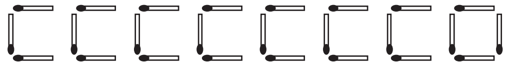
B）続きの絵を描いて解決する．

C）マッチ棒の並び方に着目して解決する．

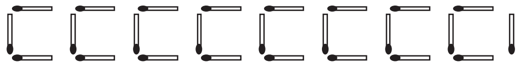
a　4×8－7の考え方



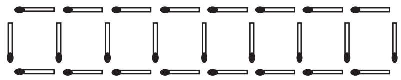
b　3×7＋4の考え方



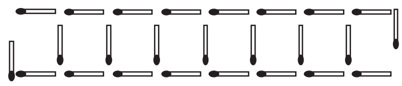
c　3×8＋1の考え方



d　8×2＋9の考え方



e　9×2＋7の考え方



D）対応表を書いて解決する．

正方形	1	2	3	4		8
マッチ棒	4	7	10	13		?

ウ　この問題の教育的価値

このオープンな問題は，正方形を8個つくるときのマッチ棒の本数を求める問題である．しかし，単に正方形８個のときのマッチ棒の本数を求めることが授業のねらいではない．正方形の数がどんなに大きくなっても求められるように，正方形の個数とマッチ棒の本数の間には「変われば変わる」「決まれば決まる」という規則性があることに着目させ，多様な求め方を考えさせることにねらいがある．そうした規則性を言葉で表現したり，式に表したり，図に表したりしながら児童に考えさせる．実際に授業を試みると，予想される答え（反応）に示したように図や表，式を使って自分で見つけた規則性（マッチ棒の並び方のパターン）を基に，工夫してマッチ棒の本数を求めていくようである．この授業展開の基本的な考え方は，効率性，簡潔性の視点からC）の図aから図eを「3×7＋4」の式に包含化し，それをさらにD）の対応表の見方も包含化してまとめていく．なお，包含化による収束の教授方略については5の節で述べる．

このオープンな問題では，多様な解き方にアプローチし，その解き方の多様性をまとめようとする学習活動を展開することにより，「変われば変わる」「決まれば決まる」という基本的な関数の見方・考え方を学べるだけでなく，その「よさ」までも感得できると考える．

②答えいろいろ

ア　オープンな問題

単元「九九のひょう」（第2学年）

かける数

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6									
7									
8									
9									

かけられる数

九九のひょうをつくり，九九のひみつを見つけよう．

イ　予想される答え（反応）

1
３のだんは　３ずつ、４のだんは　４ずつふえる。

2
たてに１～９、よこにも１～９が　ならんでいる。

3
９のだんは、一のくらいが９,８,７…十のくらいが０,１,２,３…とならびわが　いつも　９になる。

4
５のだんの　一のくらいは５,０,５,０…とくりかえす。

5
右さがりラインの上下におなじ　すうじが　ならんでいる。

6
おなじ　こたえがいくつかある。１つしか　ないものもある。

7
右さがりラインのさが、３,５,７…と　２ずつふえている。

8
かけるかず　と　かけられるかず　をいれかえても　こたえは　おなじに　なっている。

9
右あがりラインの上下に　おなじ一のくらいの　すうじが　ならぶ。

10
おなじかずを　かけたこたえは、右さがりライン上にならぶ。

11
３×５のこたえは、５×３の　こたえとおなじになる。

12
マスのかずは、９のだんの　こたえと　おなじに　なっている。

13
６×４のこたえは、６×３＋６に　なっている。

14
右さがりラインで、はんぶんに　おると、おなじ　すうじが　くっつく。

15
２のだんと　３のだんの　こたえをたすと、５のだんの　こたえと　おなじになる。

ウ　この問題の教育的価値

イの予想される答え（反応）は，児童が授業のときに実際に見つけた答え（反応）である．それらを1つの答え（反応）を核にしながら関連付けたものが表1である．この教授方略については，5の節で述べる．

このようにまとめてみると，答え（反応）の中には，実に多くの数学的な内容が含まれていることに驚かされる．そして，例えば「交換の法則」に関わる答え（反応）が6通りで表現され，それらを分析・総合・検証していくことにより，交換法則の意味について深く理解することができる．例えば，「5.右下がりのラインの上下に同じ数字がならんでいる」と「8.かけられる数とかける数を入れ替えても答えが同じになっている」の答え（反応）を分析・総合・検証することにより，表現が違っていても同じ意味で同じ内容であることを理解することができると考える．

このオープンな問題の教育的価値は，九九表に含まれる数学的な内容を全部理解させることではなく，自らつくった九九表からいろいろなきまりを見つけさせる学習経験をさせることにある．そのことを通して，自ら思わぬ答えを発見したり，友達の答えに驚かされたりといった貴重な経験が期待できる．また，学習したばかりの内容を自ら見つけた答え（違った表現）で再確認したりすることもある．ただ，Ａ～ＣやＨについては，九九の学習での既習内容であり，重要なきまりである．児童にしっかり理解させておきたい．

表1　児童が見つけた反応の関連付け

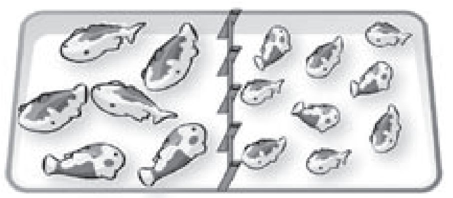
	九九表のもつ規則性	児童のネーミング	関連付けた番号
Ａ	累加	ふえる数のひみつ	1, 13
Ｂ	交換	はんたいのひみつ	2, 5, 8, 10, 11, 14
Ｃ	答えの数	同じ答えのひみつ	6, (10)
Ｄ	5の段	5のだん, 5, 0のひみつ	4
Ｅ	等差	ななめにふえる数のひみつ	7
Ｆ	斜め線	ななめの線のひみつ	9
Ｇ	9の段	9のだんの数のひみつ	3, 12
Ｈ	分配	たして答えになるひみつ	15

〈注〉10はBに分類してもCに分類してもよい

③　問題いろいろ

ア　オープンな問題

単元「たすのかな　ひくのかな」（第1学年）



ずを見て、大きいこい６ぴき、小さいこい９ひきで、たしざんとひきざんのもんだいをつくりましょう。

イ　予想される答え（反応）

1
大きいこいが６ぴきいます。小さいこいが９ひきいます。あわせてなんびきいますか。

2
大きいこいが６ぴきいます。そこへ小さいこいが９ひきやってきました。ぜんぶでこいはなんびきですか。

3
大きいこいが６ぴきいます。大きいこいを３びきつかまえました。なんびきのこっていますか。

4
大きいこいが６ぴきいます。小さいこいが９ひきいます。どちらがなんびきおおいですか。

5
小さいこいが９ひきいます。そこへ大きいこいが４ひきやってきました。ぜんぶでなんびきいますか。

6
大きいこい６ぴきと小さいこいが９ひきいます。そのうち小さいこい６ぴきがかえりました。のこりはなんびきですか。

ウ　この問題の教育的価値

このオープンな問題の教育的な価値は,「合わせていくつ」（合併）,「ぜんぶでいくつ」（増加）,「のこりはいくつ」（求残）,「どちらがおおい」（求差）という問題構造に気付かせることである．1年生という発達段階を考えれば，それぞれの問題を動作化し，それぞれの問題構造を動作で表現できるように指導しておくことが重要である．その動作化によって，例えば{2, 5}は「ぜんぶでいくつ」の問題で同じ仲間である，というように関連付けができる．そして，最終的には問題構造の視点から，すべての答え（反応）を{1}{2, 5}{3, 6}{4}を関連付け，加法・減法の意味を実感的に理解させるのがこの問題の教育価値である．

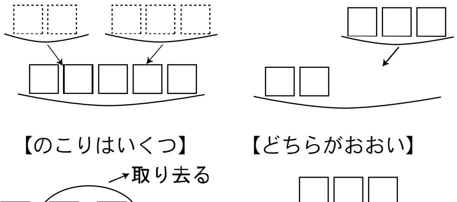


図3　加法，減法の動作化のイメージ

このようにオープンアプローチによる学習指導では，児童自身がこれまで学んできた知識，技能，考え方や算数的活動を総動員してオープンな問題にアプローチする「自己との出会い」がある．また，問題から見つけた多様な答え（反応）をみんなで練り上げていく目的意識をもった主体的な活動がある．そこには児童の答え（反応）のつなぎ合い，たずね合い，認め合うコミュニケーション活動という「他人との出会い」がある．さらに，これまでの学習経験や算数的活動を駆使し，既習の知識，技能，考え方をいろいろ組み合わせて新しいことを発見していこうとする創造的発展的な学びがある．例えば2と5は「ぜんぶでいくつ」の問題で，同じ仲間であるという「新たな世界との出会い（未知の世界）」がある．このように,「自分との出会い」「他者との出会い」「新たな世界との出会い（未知の世界）」の3つの出会いが連動して，様々な新たな学習や経験が児童自身の中に取り込まれていくと考える．まさに，オープンアプローチによる学習指導は，児童にとって確かな学力を育む学びとなる．

4. オープンアプローチによる学習指導の設計

(1) オープンアプローチのよさを発揮するために

オープンアプローチによる学習指導のよさを発揮するためには，まずもって「多様な答え」を児童自らが主体的につくり出すことが求められる．教師が単に「解き方をいろいろ考えてみましょう.」「どんな性質（関係）がありますか.」「どんな仲間分けができますか.」「いろいろな問題をつくりましょう.」といった発問だけでは，児童の「多様な答え」を引き出すには十分でない．次に，児童が発散的な思考活動で「多様な答え」を見つけても算数的・数学的に意味あるものにまとめ高めていく必要がある．また，児童自身が他の児童の考えや表現の違いに興味関心を示し，新たな思考や話し合いの対象にして発展的に考えていこうとする意欲・態度も求められる．

そこで，オープンアプローチによる学習指導のよさを発揮するためには，①算数科の学習指導の全体を通して求められる教授方略と②オープンな問題にアプローチする際に求められる教授方略の両面から考えて

いく必要がある．

まず，①の算数科の学習指導の全体を通しての教授方略としては，ア.「多様な答え」を生みだす発散的な思考やそれらを算数的に意味あるものにまとめる収束的な思考の学習経験を多く与えることである．多様な考え方を見出したり，その考え方を分かりやすく表現したり，次にそれらを分類・比較したり，分析・総合したりすることは，ある特定の授業でのみで指導されるのではなく，日常の授業で常に考えて指導すべき事項である．年間を通しての学習指導で，発散的な思考や収束的な思考をする学習の機会を意図的計画的に計画し，実践することである．イ．教師が毎日の授業を通して指導力を付けていくことである．特に，オープンアプローチによる学習指導では，オープンな問題でいろいろな答え（反応）を見つけさせたり，それらの考えを表現させたりし，比較検討しながらある視点から結びつけさせたりするとき，教師の指導力が問われる．また，一人ひとりの児童が学習活動に参加するために，児童一人ひとりの個性や学習の特性を踏まえた指導力が教師に求められる．そこで，日ごろからこのような指導力を付けることを心掛けて行くことである．ウ.「多様な答え」の意義や価値を児童に理解させることである．なぜ「多様な答え」が大切なのか.「多様な答え」はどんな働きをするのか等「多様な答え」の意義や価値が実感できるようにすることが大切である．例えば,「多様な答え」を見つける柔軟なものの見方・考え方は，創造的に考えるための主要な要因であり,算数的な見方･考え方を育てる要である．また,「多様な答え」を算数的・数学的に意味のある方向にまとめていく算数的･数学的な処理は，例えば，四則計算，合同や相似等の概念を形成するために大事なことであり，統合化するとか発展的に考えるとかいった数学的な見方・考え方を育てる学習活動そのものでもある．児童の意識の中にこのような「よさ」の認識が育つにつれ,「多様な答え」を求めたり,「多様な考え」をまとめたりすることがより主体的，積極的になってくると考える．

次に，②のオープンな問題にアプローチする際の教授方略については，項目を改め次の（2）で具体的に述べる．

(2) オープンアプローチによる学習指導の設計

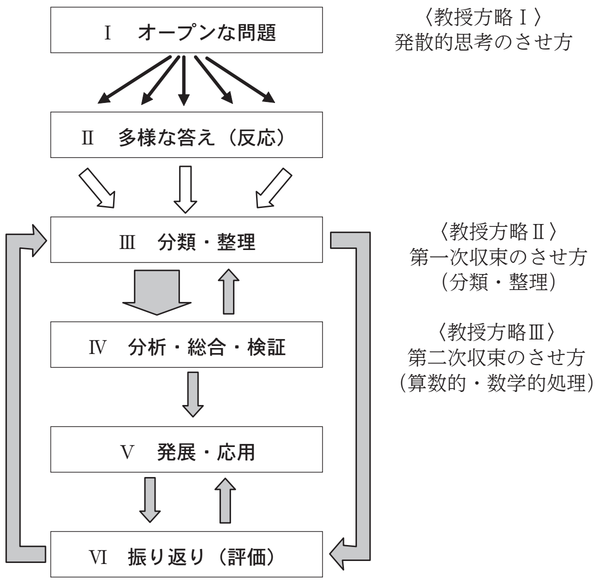


図4　オープンアプローチによる学習指導の設計モデル

過去十数年の間に，福井県内小学校の協力や研究協力者の支援を得て，50に近い単元（重複単元を含む）でオープンアプローチによる算数の授業を実践研究してきた．その実践研究を基に，実践データを集約し，共有化・客観化を試みてきた結果，見えてきた学習指導の設計モデルが図4である．これは，1つの単元を見通した「オープンアプローチによる学習指導の設計モデル」である．学習指導過程は6つの段階からなる．以下各段階の基本的な考え方について述べる．

①オープンな問題

まず,オープンな問題にアプローチをする．これが,「Ⅰ　オープンな問題」の学習指導過程段階である．

オープンな問題は,「解き方いろいろ」「答えいろいろ」「問題いろいろ」の多様な答えを含んだ問題である．このような問題にアプローチをするには，問題そのものが児童にやる気を起こさせ，取り組んでいけるだけの魅力をもったものであることが大切である．また，実際に問題にアプローチさせると，児童は何を答えていいか分からなかったり，算数として意味のないことを答えたり，同じ意味の答えを単に表現を変えて答えたり，質的に高い答えを見つけることを意識しすぎてほとんど答えられなかったり，といったことがよくある．このような課題をクリアするため，先に述べ

たように日頃から「多様な答え」を生みだす発散的思考の学習経験を多くさせることである．また，1つのオープンな問題にアプローチするとき,「どんな性質（関係）がありますか」等といった発問だけでは児童は何をどの考えていいか戸惑うことが多い．そこで，オープンな問題をどのように吟味させ，どのように取り組ませていくかという教授方略を明らかにする必要がある．

②多様な答え（反応）

児童が見つけた多様な答えを集約し概観するのが，この「Ⅱ　多様な考え」の学習指導過程段階である．ここでは児童が見つけたすべての答え（反応）を吟味していく対象にし，集約していくことが大切である．

多様な答えは，まず妥当性の視点から検討・集約していく．児童同士の話し合いにより，明らかに間違っている答え，論理的に矛盾している答え，言い換えただけの答え等を取り除いていく．その際，その答えを見つけた児童にもこの答えが十分でないことを納得させていくことが大切である．また，教師が後で修正・補完したほうがよいと判断し，意図して残すことがあってよい．この学習指導過程段階では，多様な答えの集約と概観が目的であり，完全な答えのチェックまでは求めない．

これまでの実践授業では,この学習指導過程段階は,[一人ひとりがオープンな問題にアプローチ］→［グループ（ペア）で答え（反応）の集約］→［学級全体で答え（反応）の集約］といった授業展開をとることが多かったようである．3つの学習形態を踏むことにより，児童同士が多様な答えを概観しながらチェックしていくことになり,明らかな間違いや重複した答えが,多く取り除かれている．

③分類・整理

Ⅱの段階で集約・概観した多様な答えを，ある観点からA，B，C，…のようにいくつかのグループに分類し，分類した多様な答え（反応）を整理していくのが，この「Ⅲ　分類・整理」の学習指導過程段階である．

ある観点からグループに分類しても，そのグルーピングした答えの中に，言い方が違う答え，表現の仕方が違う答え，算数的に同じ答え等同じような重複した答えが多く残っている．このとき重要なことは，自分の答えと友達の答えを比較・吟味させ,「たずね合い」「つなぎ合い」「認め合い」の児童相互のコミュニケーション活動を促すことで気付かせていくことである．整理していく視点は「より正確に表しているか（正確性）」「より分かりやすいか（明確性）」「より簡潔に表しているか（簡潔性）」である．

ここで大切なことは，多様な答え（反応）を，どのように観点を決め分類・整理していくかである．児童が一見して分かりやすく理解しやすい分類・整理の観点であることが大切である．しかも短時間にできるということも要求される．また，児童が集約した全ての答えをグルーピングの対象にする必要がある．このような課題をクリアするために，本研究では分類・整理をするための教授方略を実践的に明らかにしている．

④分析・総合・検証

Ⅲの段階で分類・整理した多様な答えA，B，C，…のグループを，共通性や関連性，構造性等の視点から分析・総合し，算数的・数学的に意味のある答えにまとめていくのが，この「Ⅳ　分析・総合・検証」の学習指導過程段階である．そのとき，分析・総合した答えがそれで正しいかどうか検証することも含まれる．分析・総合した結果，多様な答えが数個のグループ（例えばア，イ，ウの3つに）にまとめられる場合は，分析・総合が全部終わった段階でア，イ，ウとそれぞれグループにまとめたものを1つ1つ検証していく．しかし，ア，イ，ウ…と数多くの答えのグループにまとめられる場合は，分析・総合した後に全部を一度に検証していくことは困難である．そこで，分析・総合してアにまとめた後すぐにその検証をする，次にイにまとめた後すぐにその検証をするというように，［アに分析・総合］→［アの検証］→［イに分析・総合］→［イの検証］→［ウに分析・総合］→［ウの検証］→…のように順次繰り返すことになる．

分析・総合するとき大切なことは，Ⅲの分類・整理の段階でA，B，C，…とグルーピングしたものをア，イ，ウ…と算数的・数学的に意味あるものに見直すことである．その視点は，ⓐ共通性はないか，ⓑ関連性

はないか，ⓒ序列化できないか，ⓓ数学的にしくみ（構造）は同じか，といったものである．すなわち，分類・整理の段階でA，B，C，…とグルーピングしたものを，分析・総合の段階ではⓐ～ⓓの視点からア，イ，ウ…に見直すのである．その際，整理・分類の着眼点でA，B，C，…の各グループをネーミングをしておくと，分析・総合の段階で算数的・数学的に意味あるものにまとめるとき，そのネーミングが生きて働くようである．

検証するとき大切なことは，この学習指導を通して基礎的基本的な知識・技能等をしっかり定着させることである．多様な答え（反応）➡分類・整理➡分析・総合・検証という一連の学習指導過程は先に述べた構成主義の原理「児童自身が数学的知識を自ら構成する」の考えに合致したものである．この学習指導過程で身に付いた基礎的基本的な学習内容は，単なる知識・技能ではなく，生きて働く知識・技能になっているものと考える．

このように分類・整理の段階のグループを見直し，分析・総合・検証の段階で，算数的・数学的に意味のあるものにするための教授方略を本研究では実践的に明らかにしている．

⑤発展・応用

分析・総合・検証した答え（反応）をもとに発展的・応用的に考える学習指導を展開するのが，この「Ⅴ　発展・応用」の学習指導過程段階である．中学校以降の数学では，分析・総合・検証した答え（反応）を数学的な見方・考え方で一般化したり，抽象化したりしていくことになる．一般化・抽象化の学習指導は，収束させた答え（反応）をさらに発展的に扱う意味から非常に大切なことである．しかし，小学校の算数ではこのような考え方で学習を展開することに限界がある．そこで，この学習指導過程段階では，発展・応用という視点から学習の深まりや広がりを考える．

発展とは，他教科等の学習はもとより，これから先の算数や数学の学習に活用することを意味している．算数では，既習の内容（分析・総合・検証で身に付いた内容）を活用して新しい知識や方法を生み出すことができる．例えば，九九の表から既習の「累加」や「交換」のきまりを見つけるだけでなく，これらの見方を発展させて「分配」や「九の段」の性質までも見つけていくことがその一例になる．

応用とは，児童の生活に活用することを意味している．これは，家庭や学校，地域社会での生活，将来の社会生活も含めて考えている．

児童が学習したことが生活や学習の様々な場面で活用されることによって，学習が意味あるものになり，実感を伴って算数のよさを味わうことができる．

⑥振り返り（評価）

単元の学習全体を振り返るのがこの「Ⅵ　振り返り（評価）」の学習指導過程段階である．この段階で振り返るものは，「ここで学んだ内容は何であったか」（知識・理解），「答え（反応）をまとめていったとき，どのアイデア（どの着眼点）が素晴らしかったか.」（数学的な考え方），「この学習は自分にとってどんな意味があったか」（関心・意欲・態度）等の学習全体を振り返り，児童自身が評価することが大切である．単元全体を効果的に振り返らせるためには，この単元を学習している時間ごとに「自己評価」や授業についての感想を書かせておき，それらをポートフォリオ的な考え方で振り返らせるのは効果的である．

5. オープンアプローチの教授方略

この節では，この学習指導過程のポイントになる各段階の教授方略について述べることにする．

(1) 多様な答え（反応）の促し方（発散的思考）

オープンアプローチによる学習指導では，児童がオープンな問題に意欲的にアプローチし，多様な答え（反応）をいかに多くを見つけることができるかが，この学習指導の成否になる．そこで，児童に十分な発散的な思考をさせるために，オープンな問題にどのようにアプローチさせ，いかにして多様な答え（反応）を見つけさせていくか，についての教授方略や教授スキルについて述べていきたい．なお，発散的思考のための教授方略を教授方略Ⅰで表すことにする．

①オープンな問題のアプローチの仕方（発散的思考）

ア　オープンな問題そのものを十分吟味すること

これまでいろいろ学習したり経験したりしたことを総動員して，オープンな問題そのものを十分吟味することである．

先に述べた単元「九九ひょう」の問題のアプローチはこの教授方略である．

イ　算数的活動を駆使して考えさせること

多様な答え（反応）が期待できるような算数的活動を工夫し，児童に算数的活動をさせながらオープンな問題にアプローチさせることである．

先に述べた「マッチ棒の問題」のアプローチはマッチ棒を実際に並べたり続きの絵を描きながら数えたりしており，この教授方略を駆使した1つである．

ウ　アプローチの仕方の話し合いをすること

1つの答え（反応）を基にして，オープンな問題へのアプローチの仕方を意識させる支援をすることである．

単元「九九のひょう」の例でいえば，「九九のひみつを見つけよう」ということで，自分がつくった九九の表を見て，気付いたことを自由に考えさせる．児童は実にいろんなことを発見する．これまで，2×1＝2，2×2＝4等のように，式として見てきた九九が，答えの数だけを並べることで，これまでと違った見方で答えの数字を見つめ直し，発見や驚きを感じるようである．しかし，児童によっては表の見方が偏りがちであり，同じ意味のことを何回も違った表現で繰り返し答えている．そこで，1人の児童を指名し「3の段は3ずつ増えています.」と発表したとする．その応答に対して「その答えは九九表をどのようにみて見つけた答えですか.」と発問する．九九表の横の見方から見つけた答えであることをはっきりさせて，九九表のアプローチの仕方の1つが横の見方であることを児童に理解させる．次に,「その横の見方の他にどのような見方がありますか.」と発問し，九九表の見方の観点を広げ，縦の見方，右上がりの斜めの見方，右下がりの斜めの見方等あることに気付かせていく．このように1つの答えを基にしながらアプローチの仕方を話し合わせることにより，児童は何をどう考えていいか戸惑うことのないように支援する教授方略である．

エ　問題の構造やフレーズを意識させること（問題づくりの場合）

問題場面（情景図）を使って問題づくりをさせるときは，問題の構造やフレーズを十分理解させておくことである．

この教授方略の例として図5の情景図（てんとう虫の絵）で説明する．この問題は，下の3つのフレーズに分けて提示する．

下のてんとう虫の問題を基本例題として, まず（　）の中に体，触覚，ほし，目玉…に着目して自由に問題づくりをさせる．

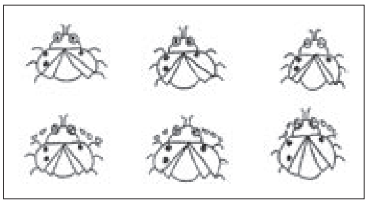


図5　かけ算のもんだいをつくろう

（ア）（しょっかく）が1ぴきに（2本）あります．
（イ）（6ぴき）います．
（ウ）（しょっかく）はぜんぶでいくつあるでしょう．

この形で提示することにより,（ア）状況,（イ）条件（問題によって条件がいくつも考えられる）,（ウ）求答，というフレーズを意識でき，何に着目するかという（ア）の状況や（イ）の条件のフレーズを変えることによって問題づくりが容易である．また，つくられた問題もこれからの学習の6，7，8，1の各段に活かされる．さらに，この問題づくりを手がかりにして情景図を離れた発展的な問題をつくり出す児童も出てくる．ただ，これは問題づくりの初期の段階の指導に必要なことで，児童が問題づくりに慣れてくれば,「これに似た問題をつくりましょう」の働きかけで十分である．

なお，先に述べた「こいの問題づくり」はこの教授方略である．

オ　意欲を喚起させる発問を工夫すること

机間観察・指導では，一人ひとりの児童のアプローチの状況に応じ考え方を変えさせたり，意欲を喚起させたりする支援を工夫することである．

(2) 多様な答え（反応）のまとめ方（収束的思考）

次に問題になるのは，発散的思考で見つけた多様な答え（反応）をどのように収束していくかという教授方略である．収束させるための教授方略を2つの段階に分けて考えている．まず，発散的思考したものを分類・整理する段階の教授方略である．これを第一次収束といい，教授方略Ⅱで表示する．そして，分類・整理したものを分析・総合して，算数的・数学的に意味ある形でまとめる段階の教授方略である．これを第二次収束といい，教授方略Ⅲで表示する．

①多様な答えの分類・整理の仕方（第一次収束）

ア．間違っているもの等を取り除く

児童の見つけた答え（反応）をすべて認めた上で，話し合いながら，同じ答えや言葉足らずのもの，明らかに違っているもの等をまとめたり，修正したり，取り除いたりする．

イ．代表的な答え（反応）を核にグルーピング

図6のように児童の見つけた答え（反応）の全体集合の中で核となるいくつかの答え（反応）を抽出し，その答えを核にして全体集合をいくつかの部分集合に分ける．この教授方略では，児童のどの答え（反応）を核にしてグルーピングするかの意思決定が教師の力量として求められる．先に述べた「マッチ棒の問題」「こいの問題づくり」の分類・整理の仕方はこの教授方略である．

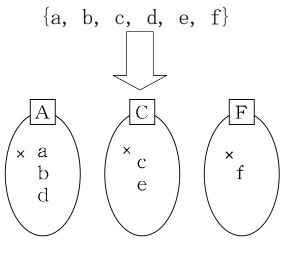


図6　核によるグルーピング

ウ．核となる答え（反応）と関連付けながらグルーピング

児童の見つけた答え（反応）の全体集合の中から1つの答え（反応）aを取り出し，その答えを核にして部分集合Ⓐをつくる．残った集合の中からまた1つ答え（反応）cを取り出し，その答え（反応）を核にして部分集合Ⓒをつくる．このような手続きを繰り返して，

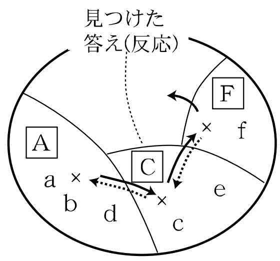


図7　関連付けによるグルーピング

全体集合をいくつかの部分集合に分ける．この教授方略はどの答え（反応）を核にして順次グルーピングしていくかが授業の成否に関わる．

単元「九九のひょう」を例に説明する．「予想される答え（反応）」の1番「3のだんは　3ずつ，4のだんは4ずつふえる」を核に部分集合をつくる．そのためには，1番のひみつを全員に理解させることがまず求められる．また，児童が理解したかをみるために，他の段，例えば7の段では…と吟味していくことも忘れてはならない．このような分析・総合・検証の学習指導過程（実はこれは第二次収束である）を通して，13番のひみつは「6段は6ずつ増える」ことを式で表現しているということに気付かせる．そして，13番のひみつを1番のひみつに分類・整理し，「ふえる数のひみつ」とネーミングしていくのである．このネーミングが第二次収束のときに威力を発揮する．これを教授方略の言い方をすれば，分類・整理の段階では1番を核にして3番と関連付け（教授方略Ⅱ-3），さらに算数的・数学的処理により包含化（教授方略Ⅲ-4）して，{1, 3}の部分集合を作ったことになる．このように，実際の学習指導では分類・整理の段階と分析・総合・検証の段階をいったりきたりしながら，核の関連付けによるグルーピングをしていることになる．

エ．ある見方から答え（反応）全体をグルーピング

児童の見つけた答え（反応）の全体集合をある見方でⒶに関連のある集合とそうでない集合nonⒶに分ける．次に，全体集合をある見方でⒷに関連のある集合とそうでない集合nonⒷに分ける．このような手続きを繰り返して，いろいろな見方で全体集合をⒶ，Ⓑ，Ⓒ…のように幾種類も別々の部分集合に分ける．どのような見方で部分集合をつくるかについては，児童の答え（反応）の状況や話し合いによって決めていけばよい．この際の部分集合のネーミングは，見方の観点

$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$…でつけることになる．この教授方略は，全体集合をいろいろな見方で別々の部分集合に分けており，その見方の概念形成に生きて働く．

オープンな問題「分数のものさし」（第4学年）にアプローチさせて，分数の大きさや仕組みを考えさせる実践授業を例にして説明する[12]．「分数のものさし」には，実に多くの学習内容が含まれている．

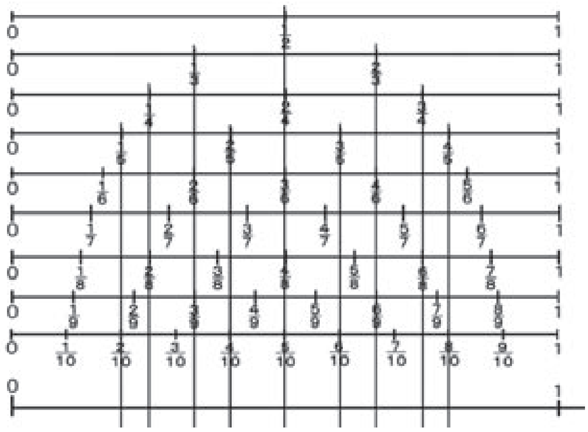


図8-1

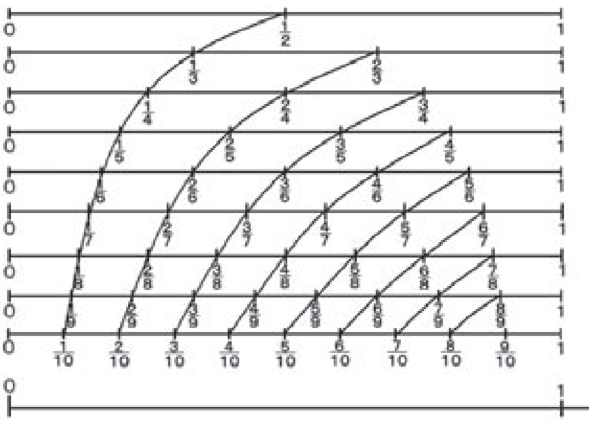


図8-2

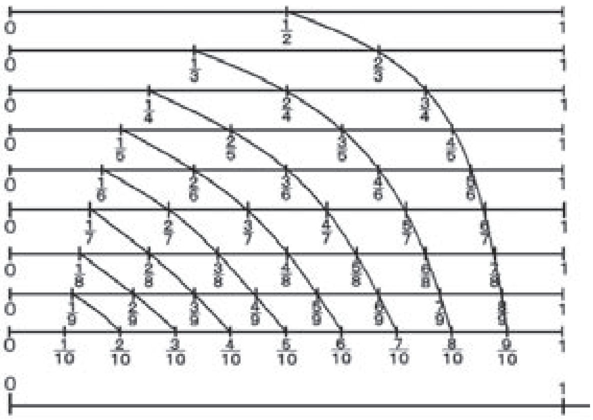


図8-3

図8-1のように，分数を直線で結ぶことができる．それぞれの分数の数直線はもとの数全体の数直線の一部であることだと考えると，直線上に並んでいる分数には等しい関係があることが分かる．さらに分数の分母に目を向けると，分母が2の段，3の段…とかけ算で表すことができることが分かる．また分母と分子に目を向けると，その関係に気づくことができる．

ななめの並びを見てみると，図8-2と図8-3の2通りが考えられる．図8-2は，分子が等しく，分母だけが順番に大きくなっており，分子が等しいとき，分母が大きくなるほど分数の大きさは小さくなることが分かる．0から分数までの長さを比べてみると大小関係がはっきり分かる．図8-3は，分母も分子も1ずつ変化している．数の並びはきれいであるが，それ以上の分析は4年生の児童にとって難しいだろう．図8-2と左右対称になっていること，1から図8-2の分数をひいたものであること等が分かる程度でよい．

このような見方から，児童が見つけた多様な答え（反応）の全体集合を図8-1 ～ 8-3で説明したような見方でいくつかの部分集合に分ける．実際の授業では「$\boxed{A}$大きさの等しい分数」の見方からは，

・1つとばしだと真ん中に線がある．
・1つとばしに真ん中の線が同じになる．
・真ん中の分数は，分子の数を2倍すると，分母と同じ数になる．

等といったような答え（反応）が見られた．

「$\boxed{B}$分数の大小の見方」の見方からは，

・上にいくほど目盛りの数が少なくなり，長さが長くなる．
・上にいくほど，1つ分の長さが大きくなる．
・ななめに分子の同じ数がある．

等といったような答え（反応）が見られた．

このように児童が見つけた答えの全体集合をある1つの見方ごとに$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$…の部分集合に分け，それぞれの部分集合を分析・総合・検証（第二次収束）することにより，分数の概念形成をしていくのである．

②多様な答え（反応）の分析・総合・検証の仕方（第二次収束）

この教授方略は，古藤氏の研究[6) 7)]を参考にしてい

る．そこで，ここでは考え方のみを挙げ，具体的な実践例についてはこの文献を調べてほしい．なお，学習指導過程段階で収束するための教授方略を2つの段階で考えたこと，第二次収束の中に「教授方略Ⅲ-エ 包含化による収束」を取り入れたこと，は筆者らの実践研究のデータ分析から抽出した独自のアイデアである．

ア．独立的な収束

多様な答え（反応）のそれぞれの独立性に着目して収束させる．

イ．序列化による収束

図9のように多様な答え（反応）のそれぞれのよさや効率性に着目して$\boxed{C}$，$\boxed{B}$，$\boxed{D}$…のように序列化して収束させる．

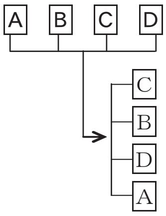


図9　序列化による収束

ウ．統合化による収束

図10のように多様な答え（反応）のそれぞれの共通性に着目して，より洗練された1つのより高い答え（反応）$\boxed{B'}$（$\boxed{E}$）に収束させる．

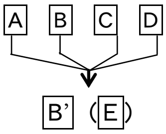


図10　統合化による収束

エ．包含化による収束

図11のように多様な答え（反応）をある見方からして，より洗練された1つのより高い答え（反応）$\boxed{C}$に包含化し収束させる．

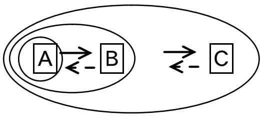


図11　包含化による収束

先に，教授方略Ⅱ-ウで述べた {1，13} の部分集合をつくった考え方は，13番の答えを1番の答えに包含化したことを意味する．他にも8番の答えを核に {2，5，8，10，11，14} の部分集合をつくり，「はんたいのひみつ」とネーミングしている（番号の答えの内容については，P.29を参照）．これも各番の答えを8番に包含化しているのである．見つけたもの（何で見つけたかということ，九九表からか，図からか，式からか等）や表現が違う多様な答えを包含化することは，前者で言えば累加のきまり，後者でいえば交換法則についての理解が非常に深まるものと考える．

このように関連付け分類・整理しネーミングした各グループの答え（反応）を，分析・総合・検証しながら算数的・数学的に意味ある方向に順次包含化する学習展開をしていくことになる．

オ．構造化による収束

図12のように多様な答え（反応）をある観点からみて，いくつかのグループ$\boxed{B'}$（$\boxed{F}$），$\boxed{D'}$（$\boxed{G}$），$\boxed{E}$に収束させた後，グループ間の関連性に着目することによって，相互の数学的な構造（しくみ）$\boxed{I}$で収束させる．

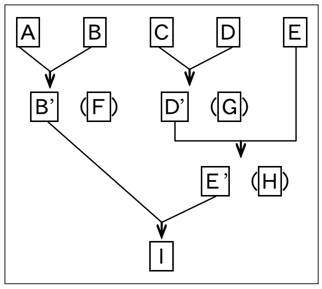


図12　構造化による収束

このことを図12で説明する．ある観点から見ると，{$\boxed{A}$, $\boxed{B}$} の集合は$\boxed{F}$，{$\boxed{C}$, $\boxed{D}$} の集合は$\boxed{G}$，そして$\boxed{E}$，という3つの部分集合にまとめる．また，{$\boxed{C}$, $\boxed{D}$, $\boxed{E}$} を1つの集合$\boxed{H}$にまとめる．図では$\boxed{G}$と$\boxed{E}$を$\boxed{H}$にまとめ，さらに，$\boxed{F}$と$\boxed{H}$を1つの数学的な構造（しくみ）とみて$\boxed{I}$にまとめている．

これらは相互関係に着目することによって，相互の構造的関連が明らかとなる場合である．個々のまとめ方（収束の仕方）は，統合化していったり，包含化したりすることになるが，全体として見れば，相互の構造的な関連を明らかにしながら1つの数学的な体系としてまとめていくのである．しかし，児童の発達段階から考えて，相互の構造的関連に着目して，すべての場合をまとめることが無理な場合が多い．そのような場合，$\boxed{F}$，$\boxed{G}$，$\boxed{E}$を数学的な構造（しくみ）や児童の興味・関心に沿ってchainingしながら（つないでいきながら），学習を展開させていくことが多い．その考え方が図13である．先に述べた「こいの問題づくり」の収束の仕方は，この教授方略になる．

図13　集合のchaining

6．関心・意欲・態度の評価の試み

筆者らは，オープンアプローチによる学習指導の関心・意欲・態度の評価をするために，過去の実践研究の実践データを収集分析し，目標行動を洗い出すことを試みた．その結果，①動機づけ，②参加，③論理・追求，④価値，の4つの観点に類別できた．その関心・意欲・態度面の目標行動の観点別全体概要につい

ては，筆者の『問題を発展的に扱う数学科の指導―数学の授業改善をめざして―』[5] を参照してほしい．そして，ここで開発した中学校用の学習意欲調査の文言を小学校用に改めて今回学習意欲調査（各観点4 ～ 5項目で構成）を実施している．

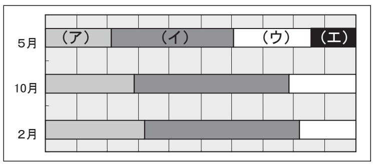
研究協力者である勝木奈美恵氏が平成22年度の5月，10月，2月の年3回，オープンアプローチによる学習指導を実施している．この実践研究では，この前後に2回同じ小学校用の学習意欲調査をした[12]．実施した単元名とオープンな問題は次の通りである．

・5月　単元名「角とその大きさ（全9時間）」，
　オープンな問題「チーズの大きさを比べてみよう」
・10月　単元名「分数（全15時間）」，
　オープンな問題「分数ワールドで発見！何が見えるかな？」
・2月　単元名「直方体と立方体（全9時間）」，
　オープンな問題「この箱を分けてみよう」と「いろいろな展開図をつくろう」

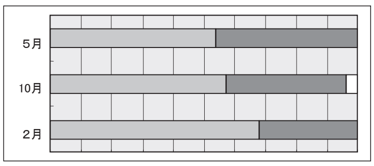
この学習意欲調査の結果から，変容の顕著な①動機づけ，②参加，③論理・追求，④価値の各観点から1つずつ質問項目を挙げてみると次のようである．

なお，帯グラフの評価尺度は，（ア）いつもする（イ）ときどきする　（ウ）ほとんどしない　（エ）ぜんぜんしない，の4段階の評価尺度で調査している．調査人数は28名である．

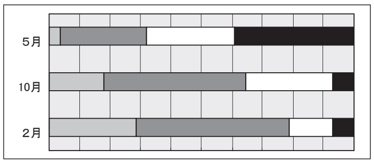
Q：「おや変だ」「なぜだろう」「おもしろそうだ」といったような気持ちで授業をうけていますか．（動機づけ）



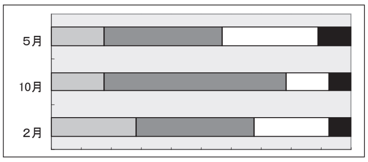
Q：算数の授業で，先生の話や友達の考えをよく聞いていますか．（参加）



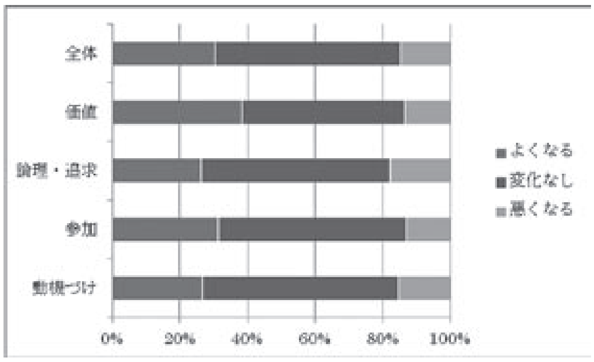
Q：算数の授業で，友達の考えをつなげたり合わせたりして，よりよい考えにしようとする話し合い活動を大事にしていますか．（論理・追求）



Q：算数で学んだことを振り返り，自分なりにまとめようとしていますか．（価値）



次に，観点別に5月から翌年の2月までの児童の変容を示したのが図14の帯グラフである．これによるとオープンアプローチによる学習指導の関心・意欲・態度面の学習効果は，全般的によくなっている．さらに，観点別にみると「価値」「参加」で一層よりよい変容が見られ，意外にも「論理・追求」の観点では少ない．これは，過去に行った中学校での調査と異にする．このことは，どういう意味をもつのか実践を積み重ねていく必要があると考える．



（調査人数28名）

図14　学習意欲調査の変容（平成22年5月から翌年2月）

7. おわりに

本紀要では，オープンアプローチに関する先行研究を明らかにした．それに基づいて，算数科においてオープンアプローチによる学習指導を日常的に可能にする視点から，過去十数年の授業実践データを分析・総合し，それらを共有化・客観化して1つの単元を見通した学習指導の設計モデルを構築した．また，この研究の過程で，この学習指導に不可欠な発散的思考，収束

的思考のための教授方略を抽出し，教授方略Ⅰ～Ⅲとしてまとめることができた．しかし，本紀要では紙面の関係で，それらの教授方略の授業への具現化の記述は不十分である．算数科におけるオープンアプローチによる学習指導に内在する「よさ」については，別の機会に補完していく．

今後の課題であるが，本紀要では通常実施されている学習指導とオープンアプローチによる学習指導とは本質的に何が違うか，どんな学習内容やどの評価の観点に「よさ」が見られるのか，この学習指導を日常的に可能にするための課題は何か等，今後の実践研究のための新たな評価方法の創出も含めて，教育現場を納得させ説得できる実践授業と評価データを示していく必要がある．また，年間を通して数単元でオープンアプローチによる学習指導を実践することにより，児童の学習内容の理解や関心・意欲・態度にどうような変容の違いが見られるかを通常の授業（教科書に準拠した授業）と比較することにより明らかにしていきたい．

なお，この研究は，平成22・23年度仁愛大学共同研究費の助成を受けて行っている．

【引用・参考文献】

1）島田茂『数学教育における高次目標の評価方法に関する開発研究』文部省特定研究科学教育研究資料　1975年，1976年

2）島田茂『算数・数学科のオープンアプローチ－授業改善への新しい提案－』みずうみ書房　1977年

3）竹内芳男，澤田利夫『問題から問題へ』東洋館出版社　1984年

4）能田伸彦『算数・数学科オープンアプローチによる指導の研究－授業の構成と評価－』東洋館出版社　1983年

5）青山庸『問題を発展的に扱う数学科の指導－数学の授業改善をめざして－』東洋館出版社　1986年

6）古藤怜『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』東洋館出版社　1992年

7）古藤怜『コミュニケーションで創る新しい算数学習－多様な考えの生かし方まとめ方－』東洋館出版社　1998年

8）青山庸『多面的にものを見る力主体的に考える力を育てる算数の授業－オープンアプローチによる学び－』東洋館出版社　2003年

9）高橋勝『学校のパラダイム転換』川島書店　1997年

10）佐藤学『序　探究し創造し表現し合う共同体へ』福井大学教育地域科学部附属中学校『探究・創造・表現する総合的な学習－学びをネットワークする－』東洋館出版社　1999年

11）山口武志　『多様な考えを結びつける授業のあり方』新しい算数研究6　2011年6月　新算数教育研究会編集　東洋館出版社

12）勝木奈美恵『オープンアプローチによる学び－4年分数の指導を通して－』日本数学教育学会誌第93巻臨時増刊　2011年

13）能田伸彦「学校数学におけるOpen-Approachによる指導の研究」,『日本数学教育学会誌数学教育学論究』，41・42，27-32.

14）小学校学習指導要領解説算数編　文部科学省　2008年