

数学的に考える力の育成に関する実践的研究

—中学校数学授業における小集団による話し合い活動を通して—

木曾 利雄
仁愛大学人間生活学部

The Development of Mathematical Thinking A Practical Study through Small Group Discussion Activities in Junior High School Math Class

Toshio KISO
Faculty of Human Life, Jin-ai University

本研究の目的は、中学校数学「文字式」の授業において、学習課題の与え方の工夫と小集団による話し合い活動を取り入れた授業を企画実践し、数学的に考える力の育成を目指す数学教育の方法論的效果を今日的観点から考察し、その数学授業のあり方に対する示唆を導き出すことである。生徒に具体的課題とそれを一般化する課題を同時に与えた。生徒の個人思考後、すべての生徒が小集団の中で主体的に自己の考えや気づきを説明し合う話し合いに参加できた。このことは、生徒が自力でよく考え、自他の考えを理解し合うことによって自信を持ち、多様な考え方を比較検討し、より簡潔な考えを求める等、数学的に考える力の育成に繋がった。更によりよい学校生活に生かそうとする姿勢も見られる等人間性や社会性を高めるものとなった。このような話し合い考える数学授業のあり方は、すべての生徒にとって楽しく捉えられ、その有用性や有効性を示すものとなった。

キーワード：学習の与え方、話し合い活動、多様な考え方、数学的に考える

1 はじめに (背景と目的)

現在の中学校数学授業を観察すると、積極的に問題解決学習に取り組み、新しい規則性を発見したりする生徒が見られる。しかし、その活発な生徒の陰に隠れて、問題の意味が理解できていない生徒や解決方法が分からない生徒、また数学的な議論に参加できない生徒も見られる。数学は個人差が大きく現れてくる教科の一つであるが、ただ生徒が静かに問題解決の方法を聞くだけで数学が分からず嫌いであるとし、始めから問題解決に取り組もうとせず諦めている生徒も常に見受けられることは問題である。数学授業を楽しく感じていない生徒は小学校時と比較してどうなのだろうか。これまでの数学教育では生徒が問題の正解を早く求めることができる指導に重点を置くとともに反復練習等を通じてその結果を重視し過ぎてきたからではな

いだろうか。

このような実情を踏まえて、すべての生徒が数学の授業に楽しく参加でき、すべての生徒が数学の授業内容を理解し、数学的に考えることのできる力を育む視点から授業を見直し、そのあり方について検討する必要がある。

近藤 (2011) は「現在と将来にとって」「すべての人 (児童・生徒) にとって」という観点から算数・数学授業のあり方を見直すことが大切であり、特にすべての生徒に取り組みさせる数学的活動を計画する必要があるとしている。

山口 (2012) は、算数・数学教育に関して Vygotsky 論を中心とする社会文化主義的アプローチにおける社会的相互作用について考察し、その社会的相互作用の重要な機能や特性を、「社会的相互作用は「発

達の最近接領域」の創出において重要な役割を果たす。心理的道具に媒介された社会的相互作用を通じて子供は高次精神機能を発達させる。」と指摘している。ここで言う「社会的相互作用」とは、「対話・話し合い活動」を意味すると解することができる。そして、この研究から数学的に考える力の育成の授業には対話・話し合い活動が必要な条件であり、大きな役割を果たすと考えられる。

研究主題の数学的に考える力については、現行の中学校学習指導要領解説数学科篇の教科目標設定について、「中学校数学科においては、基礎的・基本的な知識及び技能を習得し、数学的に考える力をはぐくむとともに、・・・」と「数学的に考える力」の育成が謳われている。

「数学的に考える力」という用語が使われたのは、国立教育政策研究所教育課程研究センター（2006）の「特定の課題に対する調査」においてである。そして「数学的に考える力」を「数学的活動を支え、遂行するために必要な資質や能力などの総称」と定義している。調査結果では、「数学的に考える力」に関して、日常事象の考察に数学を活かすことや演繹的な考え方を説明・記述する力に課題が見られたとしている。更に平成27年度（2015）全国学力・学習状況調査結果において数学的な表現を用いた理由の説明に課題があると指摘され、数学的な思考力・表現力に関する課題が続いている。これらの課題は数学的活動に関わりが深く、数学的に考える力を育む授業づくりと実践の更なる検討が求められる。現在、より広い立場から数学的に考える力の育成を目指す数学教育のあり方が議論されてきているが、実践的研究は十分蓄積されているとは言いがたい。

平成27年8月、中央教育審議会教育課程企画特別部会では、次期教育課程の改訂に向けてその方向を定める「論点整理」がまとめられた。そこでは、学びを通じて「子供たちが何を身に付けるのか」という観点から、新しい時代に必要となる子供に育成すべき資質・能力を i) 「何を知っているか、何ができるか（個別の知識・技能）」 ii) 「知っていること・できることをどう使うか（思考力・判断力・表現力等）」 iii) 「どのように社会・世界と関わり、よりよい生活を送るか（学

びに向かう力、人間性等)」の三つの柱で整理することが考えられるとしている。更に現在「子供たちがどのように学ぶか」という観点からアクティブラーニング等学習方法についてまで検討されている。その上で、算数・数学科においては、数学のよさを認識し、学ぶ楽しさや意義等を実感できるよう、自立的に協働的に主体的に取り組むことのできる数学的活動を更に充実することを求めるとしている。

木曾（2015）は、小学校算数授業における小集団による話し合い活動の有用性に関して、算数授業における小集団での話し合い活動の意義とその特質およびその長所と短所について吟味検討するとともに算数授業実践を通して小集団による話し合い活動の重要性・有用性を明らかにしてきた。

今回は、数学的に考える力の育成に関する実践的研究を主題に掲げ、中学校数学授業において学習課題の与え方を工夫し小集団による話し合い活動を取り入れることによって、数学的に考える力の育成を目指す。そこで、中学校数学1年文字式の指導に小集団による話し合い活動を取り入れた授業を企画実践し、数学教育の方法論的效果を今日的観点から分析考察し、その授業のあり方に対する示唆を導き出すことを本研究の目的とする。

2 研究方法

中学校数学1年「文字式」の指導において学習課題の与え方を工夫し小集団による話し合い活動を取り入れた授業を自ら企画実践し、生徒の発言や対話の記録、ワークシート、事後アンケートから生徒の実相を分析考察し、数学授業のあり方を検討する。授業後のアンケートについては昨年度（小学校6年時）の結果と比較考察する。

数学授業実践校：越前市万葉中学校（連携協力校）
研究授業実施日：平成27年11月11日（水）3校時
被験者：越前市万葉中学校1年1組

（男子14名、女子17名、計31名）

班構成：上記の学級の生徒に対して1班3・4名とする普通の生活班

研究授業：数学「文字式」の指導、50分授業、班による対話・話し合いを中心とした授業

授業者：筆者，補助：教科担任（M 教諭）

記録：筆者のゼミ生が授業記録と任意の 2 班内の対話等を記録する。

3 授業実践にあたって

(1) 数学 1 年「文字式」授業の具体的な教材研究

数学 1 年「文字式」授業目標を設定する。

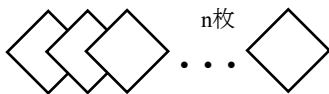
- 色紙の枚数とその周囲の長さとの関係を文字式で表すことができる。 [知識・技能]

- 問題解決方法について多様な考え方ができる。 [数学的思考力]

- すべての生徒が考えた解法を説明し合い、粘り強く検討する。 [主体的態度]

次に、授業目標達成に向けた具体的な教材（内容）について検討する。

教材として、七夕飾りから生徒の身近にある色紙を取り上げる。下図のように、色紙を 1 枚 2 枚 3 枚とつなげ、色紙 n 枚つなげたときにできる周囲の長さを n を使った式で表す課題を考える。



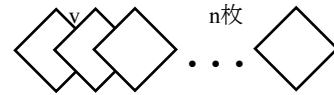
生徒が目的意識をもち主体的に数学学習（授業）に取り組むためには、色紙の規則正しくつながれた図からその規則性や考え方を見だし、一人一人があるいは協働して課題を解決できることである。まず学習課題の意味が理解でき、“どうなるのだろう”と問題意識を高めることが主体的に考える態度を育むスタートであり、一人一人がよく考えることが大切である。

また、“生徒がどのように考え、解を求めるか”を予測し、多様な考え方を導き出すためには、まず指導者が学習課題をいろいろと考えることが大切である。

ここでは、正方形の色紙の一辺の長さを 4cm とし、つなぎ方を上の図のように一辺の midpoint で重ねつなげる。

色紙の操作的な見方から考える。

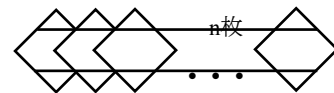
[解法 1] 色紙をつなげる操作から下図の V の個数に着目し考える。



V の個数 $2(n-1)$ を見いだす。 V の長さは 4cm であるから、周囲の長さは $8 + 4 \times 2(n-1) + 8$ となる。

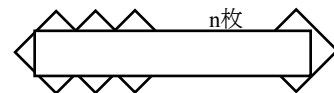
よって、周囲の長さ $(8n + 8)\text{cm}$

[解法 2] 重ねた色紙の辺の midpoint を結び考える。



図のように、辺の midpoint を結んだ 2 本の直線の外側に同じ直角二等辺三角形が $2n$ 個できることを見いだす。直角をはさむ 2 辺の長さの和は 4cm だから、周囲の長さは $4 + 4 \times 2n + 4 = 8n + 8$ $(8n + 8)\text{cm}$

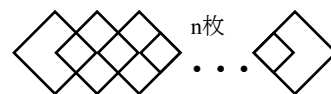
[解法 3] 色紙の辺の midpoint を結び長方形を作り考える。



できた上図から長方形の外側にできた同じ直角二等辺三角形に着目し、その個数は $(2n + 2)$ 個であることを見いだす。直角二等辺三角形の直角をはさむ 2 辺の長さの和は 4cm だから、 $4 \times (2n + 2) = 8n + 8$

よって、周囲の長さは $(8n + 8)\text{cm}$

[解法 4] 色紙の重なった正方形に着目して考える。



色紙の重なった一つの正方形の周囲の長さは 8cm 、その正方形の個数 $(n-1)$ だから、

$16n - 8(n-1) = 8n + 8$ よって $(8n + 8)\text{cm}$

[解法 5] 表を作って考える。

枚数	1	2	3	n
周囲の長さ	16	24	32	L

周囲の長さの変化の仕方に着目し、そのことから等差数列と見ることができ、 $L = 8n + 8$ である。この考え方は中学 1 年生にとって困難であるが、生徒が 1 枚のとき 2 枚のとき 3 枚のときと考える n 枚のときは

どう表すことができるかと考えることは十分想定できる。

これらの解法（考え方）については、生徒一人一人が図や表を示しながら、どこに着目し、どのように考えたか思考過程を丁寧に分かりやすく説明できることが求められ、その妥当性を検証し合うことも大切である。更に求められた文字式の解の意味を操作的な見方・構造的な見方から捉えられることも重要である。

このような考え方をすることやそれを説明し合う等の話し合い活動は数学的活動であり、このような活動を通して多様に考える楽しさを学び粘り強く協働して考え合うことを体験することによって、数学的に考える力が育まれると考える。

(2) 研究授業の構成とその過程での工夫

一般的に数学の授業は問題解決型の授業であり、その授業展開は課題提示・個人解決・集団解決・まとめである。この学習展開では、一部の生徒だけに考えを発表する機会が与えられることが多く、「すべての生徒」には時間的に不十分である。また、生徒一人一人が協働して多様な考え方を知り検証しあう等の数学的に考える観点からも無理がある。

そこで、すべての生徒が取り組むことのできる学習方法として数学授業の中に小集団による話し合い活動を取り入れる。すなわち、数学1単位の授業の学習展開を「問題把握・個人思考・小集団による話し合い・全体解決・まとめ」とする（昨年度実践した小学校算数研究授業の学習展開と同じである）。

問題把握の場面では、生徒の身近な七夕飾りの色紙を取り上げ、PCを活用し、そこから関連する2つの課題を把握する。

個人思考の場面では、生徒一人一人がよく考える時間を取り、生徒の気付きや考え方を認める。

小集団による話し合い活動場面では、グループ学習の形態をとる。小集団による話し合い活動を設定することにより、すべての生徒が主体的に自己の考えを説明し合う話し合いに参加できる機会を保障できるからである。そのための工夫として小集団内での話し合いルールを設ける。そのルールについては、対話的学びとするため、まず生徒一人一人がよく考え一応の考え

方と解を出す（思考の途中を含む）ことの必要性を理解させ、その上で小集団の全員一人一人が必ず自己が導き出した解について他者に分かるように根拠を示しながら考え方を説明し合う。聞き手は自己の解法と比較しながら、その解の妥当性を考え、不明な点は質問する。その集団全員がそれぞれの解法を理解できるまで説明を続け、全員納得したら次の課題に進むことができるとする。自由な話し合いとするため班長は特に決めないこととする。これらのことを小集団における話し合いルールとする。

全体解決場面では、小集団を解体し、すべての生徒が自己の解法を自信を持って発表できる状態で、小集団内では出てこなかった解法を知るとともに自己の解法と比較検討し、多様な考え方による解法を理解し、より簡潔な考え方による解法を求める話し合いとする。

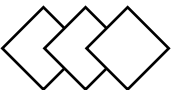
まとめの場面では、全員で授業を振り返り、多様な解法を確認し、一つの文字式で表すことのできる数学のよさを感じ、文字式の見方を深めることができる。

4 研究授業の実際

(1) 授業記録

七夕飾りから正方形の色紙に着目する。美しくつながれた色紙を取り上げ、授業の目当てを示した後、下記のように問題①②を同時に問題提示した。

①一辺の長さが4cmの正方形の色紙を下図のように1枚2枚3枚とつなぐ。色紙3枚をつないだときに見える周囲の長さを求めよう。



②同様に色紙n枚をつないだとき、その周囲の長さをnの式で表しましょう。

①問題把握の場面

T：この問題の内容を尋ねます。分かっていることと求めていることは何ですか。問題①②の違いは？

C：問題①は色紙3枚つなぐ。色紙の一辺の長さが4cm。そして周りの長さを求める。

C：問題②は色紙n枚のときの周りの長さを求める。

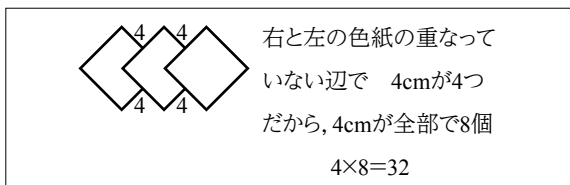
T：周りの長さとは？

C: (ポインターで図をなぞりながら) この長さです。
 T: では、みなさん問題解けますか。
 C: どうなる?
 C: つなぎ方が分らん。図を見ると真ん中でつないでいるように見えるけど。
 C: 先生、色紙のつなぎ方が決まっています。
 C: そうです。つなぎ方を決めないと解けません。
 T: みなさん、つなぎ方どのようにつなぎますか?
 C: 色紙全部図のように辺の真ん中で重ねます。
 C: 1cmのところもいいんじゃない。
 T: 色紙のつなぎ方がいろいろありますが、図のように色紙の辺の midpoint のところで重ねつないだとして。色紙1枚、2枚、3枚、..., n枚のときどうなるか?
 C: はい。(一人一人解きにかかる。)

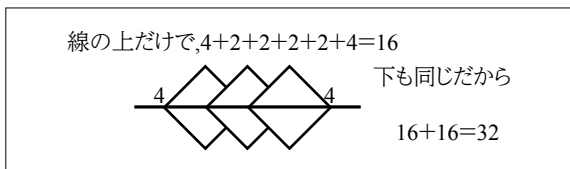
②小集団(班)による話し合いの場面(話し合いルールについては事前に説明した。)

A班の話し合い

C₂: 一辺が4cmで、それが3枚あって、 $4 \times 4 \times 3 = 48$ 重なってる部分は $2 \times 2 = 4$ $4 \times 2 = 8$, ここまでできた。
 C₁: それって、面積求めているんじゃない?
 C₃: 私も思った。
 C₂: あー本当だ。
 C₃: 私は、(図を示しながら) 4cmが全部で8個あるから $4 \times 8 = 32$ になった。



C₁: ぼくも 32cm になった。上の長さは 16cm, 下も同じだから 16cm 足して, 32cm わかる?

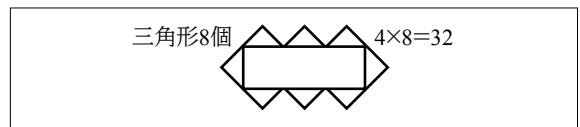


C₁: 32cm みんな分かった。じゃあ、②へ進もう。
 C₂: ②分らん。
 C₁: 3枚で 32. 増えた分を足す。最後の1枚を見ると、 $2+4+4+2 = 12$ を足せばいいが、12が n 個あ

るからかけて $12n$, だから $32 + 12n$ や。
 C₃: 言っている意味が分らん。増えた分ってどこ? nが1のとき16にならない。おかしい。
 C₁: そうか。違うな。どうしたらいい? 色紙の枚数決めるとできるのに。
 C₃: みんなで、1枚のとき、2枚のとき、3枚のとき、4枚のとき、の周りの長さを出してみようよ。(それぞれ計算し始めた。)
 (この班は、途中まで計算して考え込んでいたが、時間切れで、解(文字式)を求めることができなかった。)

B班の話し合い

C₁: 答え何になった? 私 32cm。
 C₂: 32 になった。
 C₁: なんか C₃ の考え方すごい! でも、まずは C₄ ちゃんから。
 C₄: (指で示しながら) $2+2+2+2+2+2+2+2+4+4+4+4 = 32$
 C₁: なーるほどね。
 C₁: 私 $(16 \times 3) - (8 \times 3) = 32$ (式だけを言う)
 C₃: どういうこと?
 C₁: 全部の辺の長さを足して、その後、重なった所を引いたんだよ。
 C₃: あー、そういうことね。
 C₃: 私は、(図を指し示しながら) 中点を結んで三角形をつくって、そしたら三角形が8個できて、その中の2辺を足せばいいから、 $4 \times 8 = 32$



C₁: え、わかんない。
 C₃: 1辺が2cmで、その4cmが8個あるから 32。
 C₁: ー、わかんない。みんなわかる?
 C₂C₄: ー.....
 C₁: C₄ と同じってこと?
 C₃: 4cmを半分になっているから、少し違う。
 C₁: あー、分かった。
 C₃: みんな分かった。次進もう。
 C₁: 1枚の周りの長さは 4×4 で 16, 重なっているところ、どうやって引く?
 C₃: 一つの重なっている周りの長さは $2+2+2+2 = 8$.

8ひく?どうやってひく?んー.

C₁: あっ, そうか! 16のn枚で16n. そこから8(n-1)を引けばいい. $16n - 8(n-1) = 16n - 8n + 8 = 8n + 8$ 答え, $8n + 8$.

C₃: あ, すごい!

C₂: なんで?

C₄: わからん.

C₁: 重なった所は, 枚数より1少ないから, $8(n-1)$. だから, $16n - 8(n-1)$ になる.

C₃: 私のやり方もできそう. (呟きながら) 三角形の数は, 上向いているのがn個, 下向いているのがn個, 横向いているのが2個, あー, もう時間がない!

(終始C₁とC₃の対話・話し合いが続いて, C₂とC₄は所々しか発言できず, 対話の内容を理解するのに精一杯の様子であった.)

③学級全体での解決の場面

T: はい, 全員前向いて. みんなで一つ一つ答えを確かめます. 問題の図のどこに着目して考え, 答えを出していったか説明しましょう. まず問題①答えは?

C: はい, 32cmです.

T: (生徒全員挙手していることを確認した.) どのように考え, 答えを出しましたか? 実物投影機を使って説明できますね. Cさん, どうぞ.

C: 私は, ワークシートの図を示しながら, 周りの辺の長さを出して, 全部足すと32cmになりました.

C: 私らは, 重なっているところを全体から引けばいいと考えて, 1枚16cmだから, 16×3 で48cm. ひとつの重なっているところは 2×4 で8cm. ふたつあるから 8×2 で16cm. だから, $48 - 16 = 32$ で, 32cmです.

C: はい, 上半分を見ると, 谷間ができていて, 一つの谷間が $2+2=4$ で, ふたつあるから 4×2 で8だから, はじめ4, 次に谷間ふたつで8, 終わりに4, 足して, $4+8+4=16$. 下半分にもあるから, 全部で $16 \times 2 = 32$ です.

T: 図を示しながら, 分かるように説明できましたね. それでは, 問題②へ進みます. 答えは?

C: できませんでした. 考え途中です. (しばらく沈黙)

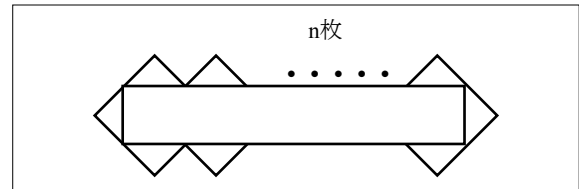
T: 答え出せた班あったね.

C: はい, $8n+8$ です.

C: 私の班も $8n+8$ になりました.

T: それでは, どこに着目し, 答えを導き出したか説明できますか?

C: はい, 私は, 中点を結んで長方形を描くと, このように



三角形ができて, 三角形に着目しました. 三角形の数は, $2n+2$ になります. ここ外側の長さ4cmだから, $4(2n+2) = 8n+8$ です.

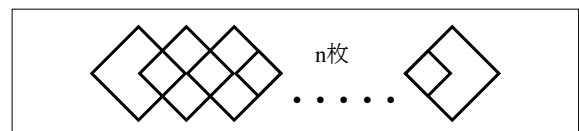
C: すげー, 分かった.

C: わからん! 個数がなんで?

C: 色紙1枚に上と下に三角形2個できる. 色紙n枚だから, かけて $2n$, そして, こことこ終わり始めのところあるから, $2n+2$ になる.

T: みなさん分かりましたか. 確認します. (Cさんの説明を解説した.) これとは違った考え方で答え出した人といましたね.

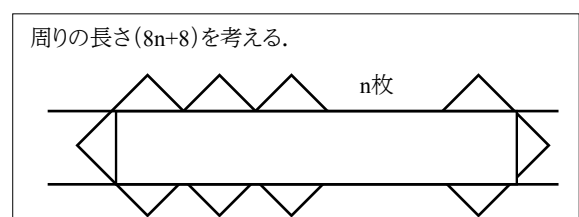
C: はい, 私らは, 図のように全体から重なっているところを引きました.



1枚16cm, n枚で16n. 一つの重なりは8cm. 重なりはn-1個できるから, $8(n-1)$ を引く. だから, $16n - 8(n-1) = 16n - 8n + 8 = 8n + 8$ です.

T: (この説明を確認しながら解説した.) これまでの説明で, 簡単で最も分かりやすい解き方はどれだと思いますか? (チャイム鳴ったね.)

T: (下の図をスクリーンに示した)



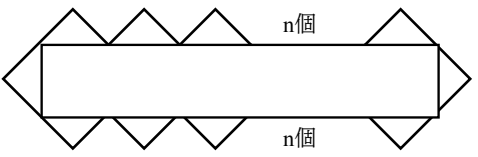
T：上の図を示し、文字式 $8n + 8$ の表す意味を、これまでの生徒の考え方も含めて、解説してまとめた。

T：時間の都合上、十分振り返りができませんでした。みなさんの考え方が説明されていましたね。これで終わります。

(2) ワークシートの記述例

生徒の考えた解法について、図と式・計算とその説明を分かりやすく文章で書かれたものが8部あった。その内生徒2名の図と式・計算・説明を下記に示す。他は図と式・計算と部分的説明であった。

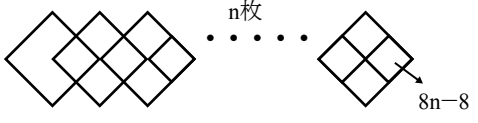
Dさんのワークシートの図・計算・説明



$4(2n+2)=8n+8$

2辺の長さ2cm・2cmの三角形が上下で色紙の2倍あるので、 $2n$ になり、最初と最後の三角形2つをたして $4(2n+2)$ になりました。

Eさんのワークシートの図・計算・説明



$16n - (8n - 8) = 16n - 8n + 8 = 8n + 8$

$16n$ は色紙 n 枚のまわりの長さを合計したもので、 $8n - 8$ が重なっている長さなので、まわりの長さから重なっている分の長さを引くと、
 $16n - (8n - 8)$ に成るので、かっこをはずすと、 $16n - 8n + 8$ になり、かんたんにすると、 $8n + 8$

(3) 事後アンケートの結果

(この学級の生徒には、昨年度小学校6年生のとき今回と同様な学習展開の算数研究授業に望んだ児童が含まれている。小学校時の事後アンケート内容と同じ項目については、そのとき実施した調査結果を記す。)

- ①今日の数学授業は楽しかったですか (四肢択一)
 A：とても楽しい B：少し楽しい C：余り楽しくない D：全く楽しくない

	A	B	C	D
中1	66%	28%	3%	0%
小6	85%	15%	0%	0%

○それはどのようなところでしたか？

- みんな考えを出し合い、それぞれ違う考えをされていて、“あーなるほど”とかなって、先生が分かりやすく解説したところが面白く楽しかった。
- 他のみんなと話し合っただけで解くことができたのがとても楽しかった。
- 一つの問題でも、解き方がいろいろあって、それを探するのが楽しかった。
- いつもは一通りの考え方しかしないことが多いけど、何通りも考えて幅が広がったこと。
- 文字式が完成したときが気持ちよかったところ。
- 自分が思いもつかないことを、みんなが発表して、それを分かって楽しかった。
- 正方形の形から、いろいろなことを考えたところが楽しかった。

②正方形の色紙を n 枚つないだときにできる周囲の長さを何通りの考え方で文字式に表すことができましたか？ (五肢択一)

考え方	0通り	1通り	2通り	3通り	4通り
中1	14%	21%	31%	34%	0%

③班で自分の解法を分かるように説明できましたか？ (四肢択一)

A：とてもうまく B：少々うまく C：あまりできず D：全然できず

	A	B	C	D
中1	17%	59%	17%	7%
小6	18%	74%	8%	0%

○どのように説明しましたか？ (参肢択一)

A：図を使いながら説明 B：言葉だけで説明 C：説明できず

	A	B	C
中1	62%	31%	7%

④班での話し合いで、“なぜその解き方でよかったのか”“なぜ間違ったのか”分かりましたか？ (四肢択一)

A：よく分かった B：少し分かった C：あまり分からなかった D：全く分からなかった

	A	B	C	D
中1	63%	27%	10%	0%
小6	68%	32%	0%	0%

⑤あなたは班の話し合いに主体的に取り組むことができましたか？（四肢択一）

A：十分できた B：少しできた C：あまりできなかった D：全くできなかった

	A	B	C	D
中1	49%	34%	14%	3%
小6	62%	35%	6%	0%

⑥数学授業で、班での話し合いは“ためになった”と思いますか？（二肢択一）

	はい	いいえ
中1	97%	3%
小6	94%	6%

○“ためになった”と思う点はどのようなことですか？

- 結構難しかったけど、班で発表することで自分の答えに自信がつくようになった。
- いつも自分が考えている視点とは違う子がいて、とても「この解き方分かりやすいな」とか自分に取り入れることができよかった。
- 話し合うことでいろいろな考えを聞くことができ、考えが深まったりして、よかったと思った。
- 自分で分かっても、解法が相手に分かるようにしないと意味がないことが分かった。分かりやすい説明ができるよう頑張りたいと思ったから。
- 友達の意見を聞いて納得したことや新しい発見があったこと。
- 難しい問題もあったけど工夫すれば意外と簡単だということが分かりました。
- 自分の意見と違う意見を具体的に教えてもらいとても納得できたから。
- みんなと正解を探して、少し仲良くなったと思います。
- いろいろな方法で1つの式を求めることで、いろいろな意見に分かれ、そのいろいろな意見の中で新しい意見が生まれるというところは、すごくいいところだと思います。

○私は、数学が苦手だけど、班の子と話し合いで「そういう解き方なんだ」と思いながら聞くことができたから。

○自分たちで考え、自分の考えを説明することで、自分に自信がついたので、とてもためになりました。

○一人で考えるとあまり考えが出ないけど、みんなで考えると、いろいろな計算方法が出てきて、楽しかったし、話し合いは大切だと分かり、とてもためになった。

△“ためにならなかった”理由は？

△できなかったところがあったから。

⑦その他・感想

○他の人の求め方や、“なるほど”と思うところがいくつかありました。これからも、たくさん意見を交流して、人間を高めていきたいです。このことを学校生活に生かしていきたいです。

○ぼくは、あまり班で発表しない方ですが、今日の授業ではたくさん発表できてよかったです。等。

5 考察

(1) 授業記録（生徒の対話・様相）から

A班では、色紙3枚をつないだ周囲の長さの求め方について班員それぞれが発言し、“ここまでできた”と考えの途中であることや“それって、面積求めているんじゃない？”と問題の捉え方の間違いを指摘する等から自由に話し合える雰囲気のある班であることが分かる。確かに 4×4 が（1辺の長さ） \times （辺の数）と（1辺の長さ） \times （1辺の長さ）の紛らわしさがあり、不適切であった。また、 C_3 は図を示しながら“4cmが8個あるから”と根拠を明らかにしながら説明している。しかし色紙の間の数と色紙の枚数との関係に気付いていない。 C_2 は色紙3枚の図が上下線対称であることに着目し、上の部分を計算しその2倍を求めたことを説明している。そして、班員全員が説明し合い理解できたことを確認し次に進めていることも分かる。n枚の色紙の問題では C_1 の説明（増加分に着目したの

はいいのだが) に対し C_3 が納得せず、解法の誤りを“ n が 1 枚のとき 16cm にならない”と具体的に理由を述べ検証作業を進めていることや単に聞くだけでなく批判的に説明を聞きながら話し合いを進めていることも分かる。全員が解を求められていないことから“1 枚・2 枚・3 枚・4 枚のときの周りの長さを計算してみようよ”と提案し、そこから規則性を見つけ、立式しようとする姿が見られた。その姿勢から、何とかみんなが解法を見い出そうとする真剣さが窺えた。しかし、それぞれが計算結果の表を作成し、そこから規則性を見つけ、立式することは時間切れでできなかった。この班の生徒は 2 つの問題の関連が把握できず、図の見方と周囲の長さを求める計算の工夫にフィードバックして考えるよう働きかけることも考えられる。しかし、生徒が協働して解法を見つけようとする態度を保障し、生徒が納得するまで考え続けることも大切である。この場合の生徒の姿勢は、色紙の枚数 $n = 1, 2, 3, 4, \dots, n$ のとき周囲の長さ $f(n)$ を求め、その値の変化の仕方から式 $f(n) = 8n + 8$ を導き出す関数的な考え方・態度である。これは数学的に考える力の育成につながるものである。

B 班では、 C_1 が自発的に“ C_4 ちゃんからどうぞ”と発言を促し、順次解法の説明を求める等全員参加の話し合いに心がけている。しかも、 C_1 はその中で C_3 から解法を質問され、“全部の辺を足して、その後重なった所をひいたんだよ”と考え方を説明できている。それに対し、 C_3 は“あー、そういうこと”と納得しているが、自分の解法と比較して、その違いから、周りの生徒に積極的に辺の中点を結ぶことによってできる三角形の個数に着目し、簡単に $4 \times 8 = 32$ を説明できている。また、 C_2, C_4 の“わかんない。みんなわかる?”の発言に対し、指で図を指し示しながら再度説明する等、この班も自由に話し合える人間関係ができていることが分かる。特に、 C_1 と C_3 との対話から C_1 は色紙の重なりの方が色紙の枚数より 1 少ないこと ($n - 1$) に気付き、班員全員に $16n - 8$ ($n - 1$) を説明できている。 C_3 も自分の解き方で、色紙 n 枚のときにできる三角形の数に着目し、 $8n + 8$ を導き出そうとしていることが分かる。これらの C_1 と C_3 の対話・話し合いは数学的活動であり、それぞ

れ自分の考え方に固執しながら粘り強く考えようとする姿勢は数学的に考える力を高めるものと考えられる。 C_2, C_4 の発言は少ないが真剣に C_1, C_3 の対話の内容を理解しようと考えている様子が見られたことは意義あることである。

両班とも班内での話し合い活動で一部の生徒に頼り待つだけといった生徒は見られなかった。このことは、話し合いにより一人一人が自分の考え方が深まってくこと(対話の相互作用)を認識できたからと考えられる。また、小学校 6 年時に同様な学習展開の授業を経験している生徒がこの学級の生徒数の約 1/3 おり、その生徒が班内での話し合い活動を自由闊達にするとともに一人一人に自分の考えを説明する機会を与え、話し合いを進める等指導性を発揮したためとも考えられる。

学級全体での解決場面では、多様な考え方で解法が示され、その妥当性を検証する場があることは考え方を比較検討することになり、しかも同じ解を求められたことは思考を深め、互いに多様性を認め合うことにつながる。更に、求めた解を今一度文字式の表す意味を図表から捉え直すことは数学的に考える力を育むことにつながると考えられる。

(2) ワークシートから

すべての生徒が自分で考えた図への書き込みや計算の途中も記されている。しかし、図への書き込みと図から考え方を表す途中の式との関係を整理しながら、解に至る式やその過程を文章で説明することのできている生徒はごく少数であった。このことから考え方を簡潔に説明する伝える文章表現は単に解を求めること以上に困難のようである。まず、生徒の考え方を表す言葉の式を大事にし、数学的用語・記号、文字式等で簡潔明瞭に表現できるよう指導を積み重ねることが必要である。

(3) 事後アンケート結果から

今回の数学授業を楽しかったと評価した生徒は 97% にのぼる。小学校時とそれほど変わらない。しかし、楽しさの程度を比べると、とても楽しいが 14% 減少し、少し楽しいが 13% 増加した。このこと

は中学校数学では念頭操作や抽象的な文字式で考えることが多くなり、文字式の捉え方・活用の仕方に対する感じ方に差異が見られようになったと考えられる。楽しいところとして、みんなと話し合って解を求めることができたことや自分が思いつかなかった解法を知ることができたこと等を挙げていることは変わっていない。しかし、多様な考え方を探すことや何通りも考えて幅が広がったと感じたこと、すなわち、問題を多様に捉え、考え続けようとする態度や人間的な幅として捉えられたことを楽しいとしていることが新たに現れた。このことは今回の数学授業のあり方の一つの効果を示すものと考えられる。

今回の数学授業で86%の生徒が文字式で解を表すことができた。しかも65%の生徒が2・3通りの考え方で解を求めることができたと回答している。このことは、小集団での話し合い活動の中で生徒間の相互作用から、もっと異なる視点で図を見直そうとする姿勢・態度が生じてきたからと思われる。

自己の解法を分かるように説明することについては、自己評価が下がっている。更に、話し合いに主体的に取り組むことができたとする自己評価も減少している。班内で必ず自分の解法を数学的に分かるように説明する経験が始めての生徒が多かったためと思われる。

数学授業における班での話し合い活動の有用性については、97%の生徒が班内での話し合い活動のためになったと評価している（小学校時と同様である）。ためになった点として、多くの生徒が、班で考えを説明したり発表したりすることによって自信がついたこと、異なる考え方を自分に取り入れ考えを深めていること、数学を苦手とする生徒が班員の説明に納得し話し合いの意義を認めていること、生徒間で少し仲良くなったと感じていることを挙げている。これらのことから、今回の数学授業における話し合い活動は数学的に考える力や人間関係が深まり、生徒の自信につながっていることを生徒が自覚していることが分かる。また、「今日の数学授業でたくさん発表できてよかった」と自分の考えを述べる機会が与えられたことに喜びを感じている。更に、「人間を高めていきたい」、「学校生活に生かして行きたい」とよりよい生活に向かう

姿勢を示す等は新たに現れたことである。

これらのことは、数学授業での小集団による話し合い活動の中で、共に考え、他者の考え方も知り、自己の考え方を説明し、理解し合えたことに自分もこの班の活動に貢献できていると認識でき、そのことに喜び楽しさを感じているからと思われる。

以上のことから、今回の数学授業のあり方はすべての生徒に数学的に考える力の育成だけでなく、社会性の育成にも効果的であったと考えられる。

6 まとめ（成果と今後の課題）

中学校数学文字式の授業において、色紙を教材として使い、多様な考え方を含む学習課題を設定したことは、生徒に操作的見方からいろいろな考え方に気付かせ、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしながら説明し理解し合う活動を充実させるものとなった。

学習課題の与え方として、具体的課題（色紙3枚）と一般化する課題（色紙n枚）を同時に提示し、関連付けて問題把握させることで、まず生徒一人一人が課題に粘り強く取り組むことができ、数学的に考える第一歩となった。

小集団による話し合いルールとそれに基づく活動を取り入れたことは、生徒の自発的な進行によりすべての生徒が自己の考え方を自分の言葉で分かるまで説明し合う対話生まれ、そのことから、自己の考え方を深めるとともに他の考え方と比較検討する等数学的活動を充実させるものとなった。

更に、このような方法による数学授業では、対話・話し合い活動が共に考える楽しさに変容し、そして生徒が共に話し合い多様な考え方ができる活動を役立つものと捉え、よりよい生活に生かそうとする態度や人間性を高めようとする姿勢につながったと言える。

これらのことから、中学校数学授業のあり方として課題提示の工夫を含め小集団による話し合い活動や全体による課題解決活動で構成した授業展開方法がすべての生徒に数学的に考える力を育むことに効果的な授業のあり方の一つであるとの示唆を得ることができた。

今後、本学の教員養成課程の学生にこれまでの算数・数学の授業研究を活用し、学生が算数・数学授業に協

働的な話し合い活動を取り入れ、数学的に考える力を育む授業作りや模擬授業を实践し、振り返り、授業改善に取り組む等、授業力を身につけるプログラムの開発が必要である。

謝 辞

最後になりましたが、越前市の連携協力校である越前市万葉中学校での研究授業にご協力いただいた諸先生と生徒に心から感謝申し上げます。

引用・参考文献

- 今西一盛 他 (2012) 児童・生徒の学ぶ意欲を高める授業の工夫 ―共に学び合う活動の充実から― 奈良教育研究所研究紀要
- 片桐重男 (2012) 数学的な考え方の具体化と指導 明治図書
- 木曾利雄 (2015) 小学校算数授業における小集団による話し合い活動の有用性 仁愛大学研究紀要人間生活学部篇
- 久保良宏 (2008) 中学校数学科における数学的コミュニケーション能力の育成と授業改善 日本数学教育学会誌
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター (2006) 特定の課題に関する調査(算数・数学) 結果の概要
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター (2015) 平成27年度全国学力・学習状況調査
- 近藤 裕 (2011) 「現在と未来にとって」「すべての人にとって」の算数・数学教育という視点 数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合研究
- 島田 茂 (1977) 算数・数学科のオープンエンドアプローチ ―授業改善への新しい提案― みずうみ書房
- 杉山吉茂 (2012) 確かな算数・数学教育を求めて 東洋出版
- 藤井齊亮 (2013) 算数数学教育における授業研究の現状と課題 日本数学教育学会誌
- 文部科学省初等中等教育局教育課程課 (2015) 教育課程企画特別部会における論点整理 学事出版 中等教育資料
- 文部科学省 (2008) 中学校学習指導要領解説 数学篇
- 山口武志 (2012) 算数・数学教育における社会的相互作用に関する認知的研究 鹿児島大学教育学部研究紀要 教育科学編
- 山崎浩二・阿部久幸 (2015) 算数・数学活動を通して確かな学力を育む授業を充実させるための実践的研究 岩手大学教育学部 教育実践研究論文集
- 和田信哉 (2009) 表現から見た数学的活動 日本数学教育学会誌

